



IMPLICATIONS
DES ACQUIS
SCIENTIFIQUES

la-physique-revisitee.science
ISSN : 3096-5020

LA PHYSIQUE REVISITÉE

Numéro 1

Septembre 2025

Article de ce numéro / *Article in this issue*

Résolution de l'incohérence des lois initiales de
l'électromagnétisme, implications et perspectives

*Resolution of the inconsistency of the initial laws of
electromagnetism, implications and perspectives*

Jean-Marc, Augustin, Roux¹

¹Marseille France
E-mail : jm.a.r.physique@free.fr

DOI [10.5281/zenodo.17116208](https://doi.org/10.5281/zenodo.17116208)

Licence :   CC BY 4.0 †



Nous sommes heureux de vous présenter ce premier numéro de « *La physique revisitée* » qui s'inscrit dans le cadre de la science ouverte et de la recherche citoyenne. Il s'agit de science ouverte car tous les articles sont destinés au libre accès et qu'aucun but lucratif ni aucune publicité ne viendront dévoyer son fonctionnement, la passion pour la science et le bénévolat sont les seules règles. Il s'agit de recherche citoyenne car tous les acteurs ayant des compétences dans leur domaine peuvent participer, qu'ils aient le statut de chercheur ou non, nul besoin d'affiliation à un centre de recherche puisque la qualité et l'apport scientifique de leur travail sont les seuls critères. « *La physique revisitée* » est née de la nécessité de contourner l'obstruction faite par les revues à la publication d'articles dont les auteurs ne sont pas affiliés à un centre de recherche pouvant payer les frais de publication, en effet, les éditeurs éliminent à la source les articles de ces auteurs sans les transmettre au comité de lecture. Pour illustrer l'ampleur de ce problème, rappelons qu'Albert Einstein qui travaillait à l'office des brevets en 1905 n'aurait jamais été publié... La science ne peut trouver son compte dans la dérive du fonctionnement actuel.

Au stade actuel encore artisanal pour cette période de démarrage, chaque numéro de « *La physique revisitée* » ne concerne qu'un seul article présenté en français et en anglais.

Pour ce premier numéro, nous présentons un article qui résout un vieux problème d'électromagnétisme, abandonné puis oublié mais dont l'absence de solution a laissé des lacunes dans nos connaissances scientifiques actuelles. Il s'agit de l'incohérence des lois initiales de l'électromagnétisme qui conduisait à d'aberrantes dimensions pour les grandeurs électriques, la résistance avait par exemple la dimension d'une vitesse dans le système CGS UEM en contradiction avec celle de l'inverse d'une vitesse dans le système CGS UES. Il est montré dans cet article comment le SI a contourné cette incohérence sans la résoudre. La solution mathématique de ce problème ouvre d'intéressantes perspectives. Nous vous souhaitons une bonne lecture.

Yves Blot

Directeur de la publication

Article en Français page 3

Article in English page 14





LA PHYSIQUE REVISITÉE

Résolution de l'incohérence des lois initiales de l'électromagnétisme, implications et perspectives

Jean-Marc, Augustin ROUX¹

¹Non affilié (Professeur Agrégé retraité)

La physique revisitée, Numéro 1, pages 3-12

Publié le 03 09 2025

DOI : 10.5281/zenodo.17116208

Licence: © ⓘ CC BY 4.0 †

ABSTRACT: The inconsistency in the initial laws of electromagnetism inspired Maxwell, but it was not resolved because it was circumvented by the use of constants when creating the SI. The objective of this theoretical study is to resolve the inconsistency and fill this gap in electromagnetism.

Cartesian analysis was used. After a historical summary that recalls how the inconsistency was circumvented without being resolved, we observe that the failure to consider the speed of light in the initial laws is the cause of its presence in the "measurements" deduced from the expressions of these laws. This "encystment" is the origin of the inconsistency between the CGS EMU and CGS ESU measurement systems. The incompatibility of these systems is then mathematically eliminated by identifying this inappropriate presence and removing it.

It follows that the speed of light affects the intensity of the phenomena. The speed of light acts as a multiplier parameter for the electrostatic force and as a dividing parameter for the magnetostatic force. It is shown that the permeability and permittivity of vacuum are compound constants: $\mu_0 = K_{MKS-A}/c$ and $1/\varepsilon_0 = K_{MKS-A} \cdot c$ and that the value of the vacuum impedance $Z_0 = K_{MKS-A}$ depends only on the construction of the unit system.

The physical interpretation of these results and their implications are particularly interesting perspectives.

keywords: permeability, permittivity, speed of light, CGS system

RÉSUMÉ : L'incohérence des lois initiales de l'électromagnétisme a inspiré Maxwell, mais elle n'a jamais été résolue puisqu'elle a été contournée par l'utilisation de constantes lors de la création du SI. L'objectif de cette étude théorique est de résoudre l'incohérence pour combler cette lacune de l'électromagnétisme.

Une analyse cartésienne a été utilisée. Après un résumé historique qui rappelle comment l'incohérence a été contournée sans être résolue, il est montré que la non prise en compte de la vitesse de la lumière, dans les lois initiales, est la cause de sa présence dans les "mesures" déduites des expressions de ces lois. Cet "enkystement" est à l'origine de l'incohérence entre les anciens systèmes de mesure CGS UEM et CGS UES. On élimine alors mathématiquement l'incompatibilité de ces systèmes en identifiant cette présence inappropriée et en la supprimant.

Il résulte que la vitesse de la lumière agit dans l'intensité des phénomènes : La vitesse de la lumière intervient comme paramètre multiplicateur dans la force électrostatique et comme paramètre diviseur dans la force magnétostatique. Il est démontré que la perméabilité et la permittivité du vide sont des constantes composées : $\mu_0 = K_{MKS-A}/c$ et $1/\varepsilon_0 = K_{MKS-A} \cdot c$ et que la valeur de l'impédance du vide $Z_0 = K_{MKS-A}$ dépend uniquement de la construction du système d'unités.

Ces résultats n'ont jamais été établis, leur interprétation physique et leurs implications, sont des perspectives particulièrement intéressantes.

keywords: perméabilité, permittivité, vitesse de la lumière, système CGS

1. INTRODUCTION

1.1. Traitement historique de l'incohérence

L'incohérence entre les expressions initiales de la force magnétostatique d'Ampère et la force électrostatique de Coulomb, a conduit les physiciens du XIX^e siècle et du début du XX^e à élaborer plusieurs systèmes d'unités électriques (UES, UEM, unités de Gauss etc.). Le système international fut établi et contourna le problème par l'utilisation de constantes [1],[2]. Cette incohérence concernait la vitesse de la lumière. Giovanni Giorgi, initiateur du SI utilisa deux constantes pour adapter les lois initiales aux unités MKSA. Cette harmonisation a permis de contourner le problème. Enfin, la rationalisation proposée par Oliver Heaviside a introduit un facteur 4π et conduit aux expressions SI actuelles où les deux constantes de Giorgi ont été remplacées par les deux nouvelles constantes rationalisées : La perméabilité magnétique du vide μ_0 et la permittivité électrique du vide ε_0 . La complexité du problème explique pourquoi cette incohérence a été contournée plutôt que résolue. Avant d'étudier ce sujet en détail, on examine les conséquences actuelles de cette incohérence non résolue et contournée.

1.2. Conséquences actuelles de l'incohérence non résolue

La perméabilité magnétique du vide μ_0 et la permittivité électrique du vide ε_0 sont les constantes SI liées à la vitesse de la lumière par la relation suivante :

$$\mu_0 \cdot \varepsilon_0 = \frac{1}{c^2} \quad (1)$$

Nous ne sommes toujours pas capables de donner le détail de la répartition de la vitesse de la lumière dans chacune des deux constantes car l'incohérence initiale n'a jamais été résolue. Nous sommes habitués à cette incertitude, cependant, la méconnaissance de cette répartition ne doit pas être admise comme une fatalité. En effet, cette méconnaissance vient d'un problème encore à résoudre, on peut donc déjà envisager rigoureusement les possibilités de solutions. L'équation (1) implique d'une façon exhaustive les possibilités suivantes :

$$\mu_0 = K \cdot c^{n-2} \quad \text{et} \quad \varepsilon_0 = \frac{1}{K} \cdot c^{-n} \quad n \in \mathbb{Z}$$

$n \in \mathbb{Z}$ car la célérité est une constante physique avec des unités. Plus vraisemblablement on peut avoir $n \in [0; 2]$

La permittivité électrique et la perméabilité magnétique du vide sont les constantes SI des forces électrostatique et électromagnétique :

$$F_C = \frac{1}{\varepsilon_0} \cdot \frac{Q \cdot Q'}{4\pi r^2} \quad \frac{F_A}{L} = \mu_0 \cdot \frac{I \cdot I'}{2\pi r}$$

La vitesse de la lumière est donc obligatoirement impliquée dans au moins l'une de ces forces, mais elle n'est pas exprimée explicitement.

1.3. Réactivation d'un ancien problème

La conséquence logique de cette incohérence non résolue a motivé cette étude. En effet, on constate que le rôle physique de la vitesse de la lumière dans ces forces n'est toujours pas compris puisqu'il n'est même pas identifié alors qu'il est invisiblement pris en compte à travers la permittivité et la perméabilité du vide. Cette question était connue des physiciens jusqu'au milieu du XX^e siècle, puisque les systèmes de mesures électriques issues de ces deux forces étaient incompatibles : les mesures électriques étaient effectuées avec des unités mécaniques CGS (centimètre, gramme et seconde) mais il existait un rapport en vitesse lumière entre les unités des deux systèmes. En 1945, "Le journal de Physique et le Radium" publia une tentative de résoudre le problème en utilisant l'analyse dimensionnelle [3], mais basée sur une assertion non justifiée et erronée, elle n'eut pas de suite. Ce problème n'a pas été résolu dans le passé, il a engendré plusieurs systèmes d'unités électriques puis il a été finalement contourné au XX^e siècle après le lent processus de gestation du SI qui s'est étalé de 1901 à 1948.

Cette étude réactive ce vieux problème, très complexe, non résolu, contourné puis oublié.

1.4. Démarche scientifique

Toutes les données nécessaires à l'analyse existent depuis l'avènement du SI. Le nombre réduit et surtout l'ancienneté des références bibliographiques, sont dus au sujet lui-même puisqu'il s'agit de la réactivation d'un ancien problème. Le problème est traité de façon théorique, sa résolution demande une analyse approfondie pour obtenir une vision claire. La complexité de la solution nécessite une décomposition en plusieurs parties de difficultés moindres (méthode cartésienne) que l'on énumère ici :

1. Un résumé historique qui commence par l'observation initiale de l'incohérence et rappelle les décisions qui ont conduit aux expressions SI avec l'utilisation de la permittivité et de la perméabilité du vide. Ce résumé montre que l'incohérence n'a pas été résolue mais contournée.
2. Mise en évidence d'une lacune qui concerne la vitesse de la lumière dans les expressions initiales des forces d'Ampère et Coulomb. Cette lacune entraîne la présence de la célérité dans les "mesures" déduites des expressions de ces lois ("enkystement"). Puis la reprise de la chronologie historique avec utilisation d'une inconnue dans chacune des forces pour compenser cette lacune, donnant ainsi la forme des expressions attendues à chaque étape.
3. L'analyse des deux anciens systèmes de mesures UES et UEM. Ceci permet d'identifier "l'enkystement" non justifié, de la vitesse de la lumière dans les expressions mécaniques de l'ohm dans ces deux systèmes.
4. La déduction des deux inconnues par suppression de "l'enkystement" et par conséquences, la déduction des expressions complètes des forces et des deux constantes électromagnétiques.

5. Une évaluation de la validité des conclusions et une réflexion sur les implications et les perspectives.

2. RÉSUMÉ HISTORIQUE SIMPLIFIÉ

La connaissance de ce résumé historique [1] [2] est indispensable à l'analyse ultérieure qui utilisera, point par point, les étapes de cette chronologie.

2.1. L'incohérence entre les lois de Coulomb et Ampère

En 1856, Wilhelm Weber et Rudolph Kohlrausch, communiquaient sur une observation. Le rapport entre la mesure d'une charge électrique à partir de la force électrostatique de Coulomb (système UES) et sa mesure à partir de la force électromagnétique d'Ampère (système UEM) donnait la vitesse de la lumière :

Force électrostatique (formulation de l'époque) :

$$F_C = \frac{Q \cdot Q'}{r^2} \quad \text{Sans le facteur } K_C = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \text{ du système SI} \quad (2)$$

Charges Q et Q' sont séparées d'une distance r .

Force électromagnétique (formulation de l'époque) :

$$\frac{F_A}{L} = 2 \cdot \frac{I \cdot I'}{r} \quad \text{Sans le facteur } K_A = \frac{\mu_0}{4\pi} \text{ du système SI} \quad (3)$$

F_A/L est la force par unité de longueur s'exerçant sur les conducteurs rectilignes, parallèles et infinis séparés d'une distance r . I et I' sont les courants circulant dans les deux conducteurs.

Nos unités électriques n'existaient pas encore, les charges ou les courants étaient exprimés avec les unités millimètres, milligrammes et secondes à partir des mesures mécaniques (mesures qualifiées d'absolues par opposition aux mesures relatives [4]). Cependant les mesures étaient incohérentes entre le système électrostatique (UES) et le système électromagnétique (UEM). En effet avec la force de Coulomb, la charge électrique avait la dimension suivante :

$$[Q_{UES}] = \left[\sqrt{F_C \cdot r} \right] = M^{\frac{1}{2}} \cdot L^{\frac{3}{2}} \cdot T^{-1}$$

Avec la force d'Ampère, le courant avait la dimension suivante :

$$[I_{UEM}] = \left[\sqrt{\frac{F_A \cdot r}{2 \cdot L}} \right] = M^{\frac{1}{2}} \cdot L^{\frac{1}{2}} \cdot T^{-1}$$

Soit pour la charge :

$$[Q_{UEM}] = M^{\frac{1}{2}} \cdot L^{\frac{1}{2}}$$

Le rapport des dimensions des charges est une vitesse, les systèmes de mesure n'étaient pas cohérents. Mais de façon

très intéressante, pour une même charge, Weber et Kohlrausch obtenaient un rapport qui était égal à la vitesse de la lumière (mesurée sept ans plus tôt) :

$$\frac{Q_{ESU}}{Q_{EMU}} = c \quad (4)$$

Ce rapport et la découverte de l'effet magnéto-optique par Faraday onze ans plus tôt permirent à Maxwell de comprendre le lien entre l'électromagnétisme et la lumière. Il synthétisa l'électromagnétisme et démontra la propagation des ondes électromagnétiques, cependant, l'incohérence entre les expressions initiales des forces ne fut pas résolue.

2.2. Les systèmes de mesures CGS-UEM et CGS-UES

Sans l'incohérence initiale, il n'y aurait eu qu'un seul système de mesures. À partir de 1862, la BAAS (British Association for the Advancement of Science) reprend l'utilisation de ces deux systèmes de mesures pour les grandeurs électriques mais cette fois en unités CGS (centimètre, gramme et seconde) :

1. Le système CGS-UEM qui était principalement utilisé. Il était basé sur la force électromagnétique (UEM = Unités électromagnétiques).
2. Le système CGS-UES était peu utilisé. Il était basé sur la force électrostatique (UES = Unités électrostatiques).

Aucun sens physique ne pouvait s'interpréter dans les combinaisons d'unités mécaniques des grandeurs électriques, elles contenaient des racines de masse et de longueur et avec leur rapport en vitesse lumière, les deux systèmes étaient toujours incompatibles.

2.3. Le système d'unités pratiques basé sur le CGS-UEM

Un système d'unités pratiques (volt, ohm etc.), proches des besoins des ingénieurs fut progressivement mis en place à partir de 1874 par la BAAS [5]. Les unités de ce système pratique correspondent à des multiples décimaux des unités du système CGS-UEM parce que c'était le système le plus utilisé. On donne ci-après les deux unités initialement définies et la première qui en découle :

- $1 \text{ V} \rightarrow 10^8 \text{ g}^{\frac{1}{2}} \text{ cm}^{\frac{3}{2}} \text{ s}^{-2}$, ce qui était proche de la tension de la pile Daniell ($\sim 1,1 \text{ V}$) utilisée comme référence dans la télégraphie et l'industrie.
- $1 \Omega \rightarrow 10^9 \text{ cm s}^{-1}$, ce qui était proche de l'étalon de résistance de l'industriel Werner Siemens ($\sim 0,9536 \Omega$).
- $1 \text{ A} \rightarrow 10^{-1} \text{ g}^{\frac{1}{2}} \text{ cm}^{\frac{1}{2}} \text{ s}^{-1}$, conséquence des choix précédents.

La force électromagnétique, à la base du système CGS-UEM, s'est donc imposée dans la définition des unités électriques mais le problème à l'origine de l'incohérence avec le système UES n'a pas été résolu.

2.4. Le MKSA de Giorgi

En 1901, Giovanni Giorgi proposa d'utiliser les unités MKS (mètre, kilogramme, seconde) comme unités fondamentales de la mécanique, il proposa également d'utiliser une unité fondamentale de l'électricité. L'objectif étant de conserver les unités pratiques définies dans le système UEM, l'unité fondamentale de l'électricité devait donc rester basée sur la force électromagnétique. L'ampère fut choisi parce que la première grandeur électrique qui découle de cette force est l'intensité. Sa définition initiale par la BAAS ($1 \text{ A}^2 \rightarrow 10^{-2} \text{ g cm s}^{-2} = 10^{-7} \text{ kg m s}^{-2}$) donnait la valeur de référence de la force électromagnétique ($2 \cdot 10^{-7} \text{ kg m s}^{-2}$ pour $L = r = 1 \text{ m}$). Il fallait adapter l'expression de cette force à cette unité par l'utilisation d'une constante K_A .

$$\frac{F_A}{L} = 2 \cdot K_A \cdot \frac{I \cdot I'}{r}$$

La constante K_A devait avoir la valeur qui pour un ampère dans les deux conducteurs et ces longueurs, correspondait à cette force, ce qui donnait : $K_A = 10^{-7} \text{ kg m s}^{-2} \text{ A}^{-2}$.

Il fallait également adapter la force de Coulomb par l'utilisation d'une constante K_C :

$$F_C = K_C \cdot \frac{Q \cdot Q'}{r^2}$$

Le coulomb était lui aussi défini dans le système UEM (par la force d'Ampère). Giorgi avait donc proposé l'utilisation du rapport (en vitesse lumière) pour adapter l'expression de la force de Coulomb à cette unité. Ainsi les constantes K_C et K_A devaient respecter le rapport en vitesse lumière (4) des charges UES et UEM (au carré, compte tenu du produit des charges ou des courants) :

$$\frac{K_C}{K_A} = \left(\frac{Q_{ESU}}{Q_{EMU}} \right)^2 = c^2 \quad \Rightarrow \quad K_C = K_A \cdot c^2$$

Le problème, non résolu, de l'incohérence initiale fut contourné par l'utilisation de ces constantes.

2.5. La rationalisation

Avant que le nouveau système soit adopté, Oliver Heaviside proposa d'utiliser deux nouvelles constantes, μ_0 et ε_0 , ainsi qu'un facteur 4π la place de K_A et K_C .

$$\mu_0 = 4\pi K_A \quad \text{et} \quad \frac{1}{\varepsilon_0} = 4\pi K_C$$

Cette "rationalisation" permettait une simplification de l'écriture des équations de Maxwell où ce facteur 4π qui était inutilement présent (Heaviside le nommait "l'excroissance" [6]), disparaissait [7] [8].

Voir en annexe A : Les concepts de perméabilité et permittivité, du vide.

En contrepartie de sa disparition dans les équations de Maxwell, le facteur 4π apparaissait dans certaines formules électriques (lois de Coulomb, lois de Biot et Savart ...) où il prenait de façon justifiée, le sens physique d'angle solide de tout l'espace [9]. Cela donne les expressions actuelles SI, des forces d'Ampère et Coulomb :

$$\frac{F_A}{L} = 2 \cdot \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I \cdot I'}{r} \quad K_A = \frac{\mu_0}{4\pi}$$

$$F_C = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{Q \cdot Q'}{r^2} \quad K_C = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$$

Cette rationalisation ne changeait rien au système d'unités MKSA de Giorgi mais conduisait à de nouvelles expressions. Compte tenu du lien entre les facteurs K_C et K_A remplacés, on obtient en conformité avec l'équation d'onde de d'Alembert et les équations de Maxwell rationalisées par Heaviside :

$$\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot c^2 \quad \Rightarrow \quad \mu_0 \cdot \varepsilon_0 = \frac{1}{c^2}$$

Le problème de l'incohérence initiale est depuis occulté à la fois par l'adaptation aux unités MKSA qui l'a contourné et par la rationalisation. Ce problème devenu invisible n'a donc jamais été résolu.

3. MISE EN ÉVIDENCE D'UNE LACUNE. COMPENSATION DE CETTE LACUNE PAR L'UTILISATION D'INCONNUES

A la fin du XVIII^e siècle et au début du XIX^e siècle, les expressions des forces de Coulomb et d'Ampère furent établies à partir de grandeurs observables (forces, longueurs, charges et intensité). La vitesse de la lumière, mesurée en 1849 par Hippolyte Fizeau, ne pouvait donc pas faire partie de cette catégorie à cette époque et ne fut jamais intégrée par la suite comme telle.

3.1. Mise en évidence d'une lacune

3.1.1. Une incohérence où la vitesse de la lumière apparaît

Les systèmes de mesures UEM et UES sont basés sur les expressions initiales des forces électrostatique et électromagnétique :

$$F_C = \frac{Q \cdot Q'}{r^2} \quad \frac{F_A}{L} = \frac{I \cdot I'}{r}$$

Contrairement aux expressions SI où elle est invisiblement prise en compte à travers la perméabilité et la permittivité du vide, la vitesse de la lumière ne l'était pas dans les formes initiales qui servirent à établir les deux systèmes CGS. La vitesse de la lumière apparaissait dans le rapport des mesures, créant une incohérence dont il faut comprendre les mécanismes.

3.1.2. Conséquence de la non prise en compte de la vitesse de la lumière

On regarde les conséquences de la non prise en compte d'une constante nécessaire dans une expression avec un exemple : Supposons que l'on veuille calculer la masse m d'un objet dans l'espace, situé à une distance d du centre de la terre (de masse M_T), à partir de la force gravitationnelle F . on utiliserait l'expression de cette force :

$$F = G \cdot \frac{m \cdot M_T}{d^2} \quad \Rightarrow \quad m = \frac{F \cdot d^2}{G \cdot M_T}$$

Si la constante gravitationnelle G n'est pas prise en compte dans l'expression de la force gravitationnelle, le résultat de m sera G fois trop grand, valeur et unités incluses. La constante gravitationnelle sera ainsi "enkystée" dans le résultat de m qui n'aura ni la bonne valeur ni la bonne dimension.

Pour la même raison, la vitesse de la lumière était "enkystée" dans les résultats des systèmes UEM et UES, le rapport entre les deux nous permet de conclure que cette lacune existe, cependant cette unique information est insuffisante pour préciser si le problème se pose dans les deux expressions ou une seule.

3.2. Compensation par l'utilisation d'inconnues

On cherche les formes des expressions que l'on aurait eues si la vitesse de la lumière avait été correctement intégrée dans ces lois.

Méthode : On considèrera que les deux forces sont potentiellement incomplètes en utilisant deux inconnues, CF_A pour la force d'Ampère et CF_C pour la force de Coulomb, ce qui nous permettra d'étudier cette question sans préjuger du résultat.

On reprend la chronologie historique :

3.2.1. Expressions initiales attendues

Si au XIX^e siècle, les expressions des forces d'Ampère et Coulomb avaient rendu compte correctement du phénomène physique qui fait intervenir la vitesse de la lumière, on aurait eu les expressions initiales suivantes :

Expressions initiales attendues

$$\frac{F_A}{L} = 2 \cdot CF_A \cdot \frac{I \cdot I'}{r} \quad (5)$$

$$F_C = CF_C \cdot \frac{Q \cdot Q'}{r^2} \quad (6)$$

Rappel : il n'est pas préjugé si la vitesse de la lumière c intervient dans CF_A , CF_C ou les deux.

À cette époque, les courants et les charges auraient encore été exprimés en unités mécaniques à partir des expressions des forces. Cependant, la vitesse de la lumière n'aurait pas été "enkystée" dans les résultats.

Conséquence: Il n'y aurait eu qu'un seul système de mesures électriques à unités mécaniques que l'on va qualifier de "système unifié".

Un système de mesures électriques à unités mécaniques n'existe que par omission. Il n'existe que si la constante d'adaptation aux unités respectives des domaines électrique et mécanique n'est pas utilisée. "C'est en fait cette constante qui nous permet de faire la séparation dimensionnelle par rapport aux grandeurs mécaniques" écrivait Ake Thulin en 1966 [10], (il parlait ici de μ_0 puisqu'il était question du SI rationalisé et que les unités pratiques sont définies par rapport au système UEM). Sans une telle constante les grandeurs électriques possèdent des dimensions mécaniques qui n'ont aucune signification physique. Les systèmes UES et UEM ajoutaient une deuxième omission : la vitesse de la lumière. Il y avait une constante d'adaptation pour chaque système (K_A et K_C). Effectivement, la lumière n'intervient pas de la même façon dans les deux systèmes puisqu'ils sont incohérents.

Le système unifié est celui qui relève des expressions 5 et 6 :

- C'est un système de mesures électriques à unités mécaniques parce qu'il n'a pas de constante d'adaptation aux unités.
- C'est un système unifié parce qu'il tient compte de la vitesse de la lumière c .

3.2.2. Expressions MKSA de Giorgi attendues

Giorgi aurait adapté les expressions des deux forces aux unités MKSA, sans avoir besoin d'utiliser le rapport c^2 . Il aurait donc fait intervenir une unique constante de dimensionnement K_{AC} , commune aux deux forces, au lieu d'utiliser K_A et K_C :

$$K_{Coulomb} = K_{Ampere} (K_{AC}) \text{ au lieu de } K_C = K_A \cdot c^2$$

Les expressions MKSA de Giorgi auraient eu les formes suivantes :

$$\frac{F_A}{L} = K_{AC} \cdot 2 \cdot CF_A \cdot \frac{I \cdot I'}{r} \quad (7)$$

$$F_C = K_{AC} \cdot CF_C \cdot \frac{Q \cdot Q'}{r^2} \quad (8)$$

3.2.3. Expressions MKSA rationalisées attendues

La rationalisation du système avec le facteur 4π aurait donné une unique constante :

$$K_{MKS-A} = 4\pi K_{AC}$$

$$\text{au lieu de } \mu_0 = 4\pi K_A \text{ et } \frac{1}{\epsilon_0} = 4\pi K_C$$

On aurait obtenu le même système rationalisé SI mais avec des formulations différentes pour les deux forces :

$$\frac{F_A}{L} = K_{MKS-A} \cdot CF_A \cdot \frac{I \cdot I'}{2\pi \cdot r} \quad (9)$$

$$F_C = K_{MKS-A} \cdot CF_C \cdot \frac{Q \cdot Q'}{4\pi \cdot r^2} \quad (10)$$

La constante K_{MKS-A} est la constante de rationalisation et d'adaptation aux unités MKSA des expressions complètes (rationalisées et tenant compte de la vitesse de la lumière).

3.2.4. Conséquences : relations attendues

Puisqu'il s'agit du même système d'unités, rationalisé, les formulations sont équivalentes à celles du SI. La constante K_{MKS-A} est actuellement invisible, car elle est intégrée dans la perméabilité et la permittivité du vide :

$$\mu_0 = K_{MKS-A} \cdot CF_A \quad (11)$$

$$\frac{1}{\epsilon_0} = K_{MKS-A} \cdot CF_C \quad (12)$$

Il se déduit les relations suivantes :

$$\sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} = K_{MKS-A} \cdot \sqrt{CF_A \cdot CF_C} \quad (13)$$

$$\frac{1}{\mu_0 \cdot \epsilon_0} = \frac{CF_C}{CF_A} = c^2 \quad (14)$$

On ne peut pas déterminer directement ces trois constantes mais on peut analyser les deux anciens systèmes UEM et UES pour déterminer si la vitesse de lumière est "enkystée" dans un seul ou dans les deux. Une fois que "l'enkystement" de la vitesse de lumière sera apparent, on pourra déduire les constantes CF_A et CF_C qui doivent faire converger ces systèmes vers le système unifié (3.2.1).

4. ANALYSE DES DEUX ANCIENS SYSTÈMES DE MESURES

Notation : Les acronymes UEM et UES sous-entendant dans la littérature scientifique les unités CGS, on utilise pour éviter les ambiguïtés, les abréviations MAG et STAT pour désigner les systèmes de mesure électromagnétique et électrostatique, avec les unités mécaniques MKS.

4.1. Tableau dimensionnel des systèmes MAG et STAT (UEM et UES)

Grandeurs	STAT	MAG
I	$M^{\frac{1}{2}} \cdot L^{\frac{3}{2}} \cdot T^{-2}$	$M^{\frac{1}{2}} \cdot L^{\frac{1}{2}} \cdot T^{-1}$
U	$M^{\frac{1}{2}} \cdot L^{\frac{1}{2}} \cdot T^{-1}$	$M^{\frac{1}{2}} \cdot L^{\frac{3}{2}} \cdot T^{-2}$
P	$M \cdot L^2 \cdot T^{-3}$	$M \cdot L^2 \cdot T^{-3}$
R	$L^{-1} \cdot T$	$L \cdot T^{-1}$
Q	$M^{\frac{1}{2}} \cdot L^{\frac{3}{2}} \cdot T^{-1}$	$M^{\frac{1}{2}} \cdot L^{\frac{1}{2}}$

Tableau 1 : dimensions des systèmes STAT et MAG [1]

Constats : La puissance est la seule à être cohérente, d'autre part on a :

- $[I_{STAT}] = [U_{MAG}]$
- $[U_{STAT}] = [I_{MAG}]$
- $[R_{STAT}] = 1/[R_{MAG}]$

On remarque qu'une vitesse apparait de façon contradictoire entre les deux systèmes :

$$\text{Systeme électromagnétique : } [I_{MAG}] = \left[\frac{U_{MAG}}{\text{vitesse}} \right]$$

$$\text{Systeme électrostatique : } [I_{STAT}] = [\text{vitesse} \cdot U_{STAT}]$$

Cette inversion de la vitesse est représentative du sujet qui nous intéresse. La dimension de la résistance concerne directement la problématique puisqu'elle est celle d'une vitesse en MAG et de l'inverse d'une vitesse en STAT. Il faut désormais disposer des valeurs des unités électriques pratiques dans les deux systèmes, on va établir celles qui nous seront utiles en MKS.

4.2. L'ampère et l'ohm dans le système MAG

Les définitions initiales de l'ohm et de l'ampère en unités UEM CGS, permettent de les établir en unités MAG MKS (en passant par le carré pour l'ampère).

Unités SI	CGS UEM (def)	Valeurs MAG MKS
1 A	$10^{-1} \text{ g}^{\frac{1}{2}} \text{ cm}^{\frac{1}{2}} \text{ s}^{-1}$	$\sqrt{10} 10^{-4} \text{ kg}^{\frac{1}{2}} \text{ m}^{\frac{1}{2}} \text{ s}^{-1}$
1 Ω	10^9 cm s^{-1}	10^7 m s^{-1}

Tableau 2 : Valeurs de l'ampère et de l'ohm dans le système MAG

4.3. Le coulomb et l'ohm dans le système STAT MKS

Les unités pratiques ne sont pas issues d'une définition dans le système électrostatique mais on peut les établir. On calcule la force de Coulomb pour l'unité coulomb et une distance d'un mètre puis on applique la force obtenue à l'expression initiale.

$$F_C = \frac{1}{\varepsilon_0} \cdot \frac{Q \cdot Q'}{4\pi \cdot r^2}$$

$$Q = Q' = 1 \text{ C}, \quad r = 1 \text{ m},$$

$$\varepsilon_0 = 8,854187 \cdot 10^{-12} \text{ N m}^2 \text{C}^{-2}$$

$$\Rightarrow F_C \sim 8,987 \cdot 10^9 \text{ N} = 8,987 \cdot 10^9 \text{ kg m s}^{-2}$$

Dans le système STAT (expression initiale) :

$$F_C = \frac{Q \cdot Q'}{r^2} \Rightarrow 1 \text{ C}_{\text{STAT}} \sim 9,48 \cdot 10^4 \text{ kg}^{\frac{1}{2}} \text{ m}^{\frac{3}{2}} \text{ s}^{-1}$$

On déduit les valeurs de l'ampère ($1 \text{ C} \cdot \text{s}^{-1}$), du volt ($1 \text{ W} \cdot \text{A}^{-1}$ avec $1 \text{ W} = 1 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-3}$), et de l'ohm ($1 \text{ V} \cdot \text{A}^{-1}$), ce qui donne pour l'ohm et le coulomb :

Unités SI	Valeurs STAT MKS
1 C	$9,48 \cdot 10^4 \text{ kg}^{\frac{1}{2}} \text{ m}^{\frac{3}{2}} \text{ s}^{-1}$
1 Ω	$0,111 \cdot 10^{-9} \text{ m}^{-1} \text{ s} \sim \frac{1}{9} \cdot 10^{-9} \text{ m}^{-1} \text{ s}$

Tableau 3 : Valeurs de l'ohm et du coulomb dans le système STAT

4.4. Constat sur les valeurs STAT et MAG de l'ohm

Unités SI	Valeurs STAT MKS	Valeurs MAG MKS
1 Ω	$\frac{1}{9} \cdot 10^{-9} \text{ m}^{-1} \text{ s}$	10^7 m s^{-1}

Tableau 4 : Valeurs de l'ohm dans les systèmes STAT et MAG.

Ce tableau et l'approximation $c \sim 3 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}$ permettent d'écrire :

L'Ohm dans les systèmes STAT et MAG

$$1 \Omega_{\text{STAT}} \sim \frac{1}{30 c} \quad \text{et} \quad 1 \Omega_{\text{MAG}} \sim \frac{c}{30}$$

Les expressions STAT MKS et MAG MKS de l'ohm nous apportent deux informations :

1. On constate dans le cadre de l'incohérence factuelle, la présence d'un facteur approximé $1/30$ dans les deux cas. Ce facteur est la conséquence du choix de l'ohm par la BAAS en 1874 à 10^9 unités CGS UEM soit $10^9 \text{ cm} \cdot \text{s}^{-1}$.

2. On voit avec la vitesse de la lumière mise en évidence, qu'elle est "enkystée" dans les expressions STAT et MAG de l'ohm. Ceci permet de conclure que la vitesse de la lumière aurait dû être prise en compte dans les expressions des deux forces.

Conclusion

La vitesse de la lumière doit être prise en compte :

- Dans la constante CF_A de la force d'Ampère pour ne plus être enkystée dans les expressions des unités MAG.
- Dans la constante CF_C de la force de Coulomb pour ne plus être enkystée dans les expressions des unités STAT.

Après ces prises en compte, les unités magnétiques et électrostatiques seront identiques (système unifié).

5. PRISE EN COMPTE DE LA VITESSE DE LA LUMIÈRE

5.1. Détermination des constantes CF_A , CF_C et $K_{\text{MKS-A}}$

5.1.1. Mise en évidence de la vitesse de la lumière dans l'expression MAG de l'ampère

On dispose déjà de l'ampère dans le système MAG (tableau 2) mais il est difficile d'en détacher la vitesse de la lumière contrairement au cas de l'ohm. On va donc utiliser l'ohm dont l'enkystement de la vitesse de la lumière est désormais apparent :

$$1 \Omega = 1 \text{ W A}^{-2} = 1 \text{ kg m}^2 \text{ s}^{-3} \text{ A}^{-2}$$

$$\Rightarrow 1 \text{ A}^2 = \frac{1 \text{ kg m}^2 \text{ s}^{-3}}{1 \Omega}$$

$$1 \Omega_{\text{MAG}} \sim \frac{c}{30} \Rightarrow 1 \text{ A}_{\text{MAG}}^2 \sim \frac{30}{c} \text{ kg m}^2 \text{ s}^{-3} \quad (15)$$

L'enkystement de la vitesse de la lumière apparait maintenant pour l'ampère carré.

5.1.2. Détermination de la constante CF_A

Sans la constante CF_A (système MAG) on a :

$$\frac{F_A}{L} = 2 \cdot \frac{I \cdot I'}{r} \Rightarrow \frac{r}{2L} \cdot F_A = I \cdot I' \quad (16)$$

D'après cette dernière relation (16), l'expression MAG de l'ampère (15) correspond à des conditions de force et de longueurs telles que :

$$\frac{r}{2L} \cdot F_A = 1 \text{ A}_{\text{MAG}}^2 \sim \frac{30}{c} \text{ kg m}^2 \text{ s}^{-3} \quad (17)$$

Avec CF_A (expression (5) du système unifié) on a :

$$\frac{F_A}{L} = 2.CF_A \cdot \frac{I \cdot I}{r} \Rightarrow \frac{r}{2L} \cdot F_A = CF_A \cdot I \cdot I$$

Ainsi, dans le système unifié, pour des courants de 1 ampère et dans les mêmes conditions de force et de longueurs que dans l'équation (17), on obtient :

$$CF_A \cdot 1 \text{ A}_{\text{uni}}^2 \sim \frac{30}{c} \text{ kg m}^2 \text{ s}^{-3}$$

La valeur 30 vient du choix historique de l'ohm. La constante CF_A doit éliminer l'enkystement de la vitesse de la lumière dans l'expression de l'ampère. On en déduit :

$$CF_A = \frac{1}{c} \quad (18)$$

On déduit également l'expression de l'ampère dans le système unifié :

$$1 \text{ A}_{\text{uni}}^2 \sim 30 \text{ kg m}^2 \text{ s}^{-3} \Rightarrow 1 \text{ A}_{\text{uni}} \sim \sqrt{30} \text{ kg}^{\frac{1}{2}} \text{ m s}^{-\frac{3}{2}}$$

On rappelle que les dimensions d'un système de mesures électriques à unités mécaniques n'ont aucune signification physique. Si par curiosité, on s'intéresse quand même aux dimensions du système unifié, on trouve pour la tension et le courant des racines de puissance mécanique et une dimension "1" pour la résistance (un simple facteur de proportionnalité entre les deux précédents). Malgré le théorème de substitution [11], cette égalité des dimensions du courant et de la tension paraîtrait totalement contrintuitive si on attribuait une signification à ces dimensions. Ceci explique sans doute pourquoi les physiciens du XIX^e siècle n'ont pas résolu ce problème : à juste titre les dimensions du courant et de la tension ne pouvaient pas être les mêmes mais ils cherchaient une expression mécanique de l'électricité, ils ne pouvaient donc pas concevoir ces résultats. A propos de cette recherche infructueuse, Arnold Sommerfeld disait en 1935 : *"Le système absolu (des trois unités mécaniques) pouvait être considéré comme incontournable, tant qu'on pouvait espérer déduire l'électricité de la mécanique. Ce temps est révolu."* [2]

5.1.3. Déduction de la constante CF_C

On peut refaire le même raisonnement pour déterminer CF_C , mais il est plus simple d'utiliser la relation (14), qui aboutit au même résultat :

$$\frac{CF_C}{CF_A} = c^2 \Rightarrow CF_C = c^2 \cdot CF_A$$

$$CF_C = c \quad (19)$$

5.1.4. Identification de K_{MKS-A}

On rappelle la relation (13):

$$\sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} = K_{MKS-A} \cdot \sqrt{CF_A \cdot CF_C}$$

A partir des constantes CF_A et CF_C déterminées, on déduit :

$$K_{MKS-A} = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} \sim 376,73 \text{ kg m}^2 \text{ s}^{-3} \text{ A}^{-2}$$

La constante d'adaptation aux unités MKSA et de rationalisation, correspond à l'impédance intrinsèque du vide.

5.2. Solutions des expressions attendues

Les expressions (11) et (12) de la permittivité électrique et de la perméabilité magnétique du vide (3.2.4) donnent les résultats suivants :

$$\mu_0 = K_{MKS-A} \cdot \frac{1}{c} \quad \frac{1}{\varepsilon_0} = K_{MKS-A} \cdot c \quad (20)$$

Il apparaît maintenant que la perméabilité et la permittivité du vide dépendent de la vitesse de la lumière. Ces deux constantes ne sont pas des caractéristiques magnétique et électrique du vide, elles expriment la façon dont la célérité agit dans chacun de ces phénomènes et tiennent compte de la définition des unités. Les termes permittivité et perméabilité n'ont de significations que dans les milieux autres que le vide, pour les valeurs relatives ε_r et μ_r .

Les expressions des deux forces se déduisent :

$$\frac{F_A}{L} = K_{MKS-A} \cdot \frac{1}{c} \cdot \frac{I \cdot I}{2\pi \cdot r} \quad (21)$$

$$F_C = K_{MKS-A} \cdot c \cdot \frac{Q \cdot Q'}{4\pi \cdot r^2} \quad (22)$$

On voit que la vitesse de la lumière est un paramètre diviseur dans la force magnétique et un paramètre multiplicateur dans la force électrostatique.

5.3. Expression indépendante de K_{MKS-A}

La permittivité et la perméabilité du vide sont des combinaisons de la vitesse de la lumière et de la constante K_{MKS-A} . Par conséquent, on ne peut plus exprimer cette dernière à partir des précédentes, il faut établir une expression indépendante. La définition initiale de l'ampère à partir d'une force électromagnétique de $2 \cdot 10^{-7} \text{ N}$ avec $L = r = 1 \text{ m}$, nous permet d'exprimer K_{MKS-A} :

$$2 \cdot 10^{-7} \text{ N} = K_{MKS-A} \cdot \frac{1}{c} \cdot \frac{1 \text{ A}^2}{2\pi}$$

Ce qui donne le résultat suivant :

$$K_{MKS-A} = 4\pi \cdot c \cdot 10^{-7} \text{ N A}^{-2}$$

Faute d'avoir été pris en compte dans l'expression initiale de la force électromagnétique à partir de laquelle ont été définies les unités UEM, le facteur 4π , la vitesse de la lumière c , et le coefficient $K_A = 10^{-7} \text{ N A}^{-2}$ constituent la constante qui fait la rationalisation et l'adaptation aux unités SI, de l'expression complète.

$$K_{MKS-A} = 4\pi \cdot c \cdot 10^{-7} \text{ kg m}^2 \text{ s}^{-3} \text{ A}^{-2}$$

Où c représente la valeur numérique MKS de la vitesse de la lumière dans le vide.

La constante K_{MKS-A} apparaît dans cette analyse comme une constante d'adaptation des expressions des forces aux unités SI, comme Giorgi avait initialement conçu les constantes K_A et K_C . Elle s'applique aux expressions rationalisées prenant en compte la vitesse de la lumière qui fait converger les systèmes MAG et STAT vers un seul. Cet aspect n'est donc que celui de l'adaptation au SI des expressions complètes, mais sa signification physique, indépendante d'un système d'unités, est plus complexe. En effet, cette constante correspond aussi, à l'impédance intrinsèque du vide.

6. CONCLUSIONS, ÉVALUATION, PERSPECTIVES

Conclusions :

Cette analyse a permis d'identifier la façon dont la vitesse de la lumière doit être prise en compte dans les expressions des forces d'Ampère et Coulomb. Le rôle physique de la vitesse de la lumière dans l'intensité des champs n'est désormais plus occulté par la permittivité et la perméabilité du vide. Ces constantes n'expriment pas les caractéristiques électrique et magnétique du vide mais correspondent à une action de la vitesse de la lumière dans chacun de ces phénomènes. La vitesse de la lumière n'impose pas seulement le retard dans la propagation des potentiels (Liénard-Wiechert), mais elle agit aussi dans l'intensité des champs. D'après les expressions obtenues de la permittivité et de la perméabilité du vide, la vitesse de la lumière est un paramètre qui agit en multiplicateur dans le champ électrique et en diviseur dans le champ magnétique. Il s'agit d'un résultat inédit puisque la prise en compte des temps retardés ne fait pas de la vitesse de la lumière une grandeur jouant un rôle dans l'intensité des phénomènes, comme la vitesse dans une quantité de mouvement par exemple.

Evaluation des conclusions :

Concernant la permittivité et la perméabilité du vide, la conclusion précédente est qu'elles ne représentent pas des caractéristiques du vide. Il s'agit d'une conclusion qui est conforme à l'origine de ces concepts qui est rappelée en annexe ("Les concepts de perméabilité et permittivité, du vide") où on peut vérifier qu'elles ne sont que des artifices qui compensent l'incohérence initiale et adaptent les expressions aux systèmes d'unités. C'est exactement ce rôle que montrent leurs expres-

sions respectives. (20).

Concernant la vitesse de la lumière qui agit en multiplicateur dans la force électrique et en diviseur dans la force magnétique, on peut vérifier facilement que l'intensité de ces deux forces correspond à cette influence de la vitesse de la lumière. En effet, pour des longueurs systématiquement égales à un mètre, la force d'Ampère est dérisoire pour des courants d'un ampère ($2 \cdot 10^{-7} \text{ N}$) et la force de Coulomb est gigantesque pour des charges d'un coulomb ($\sim 9 \cdot 10^9 \text{ N}$).

Perspectives :

L'impédance intrinsèque du vide exprime le rapport entre les amplitudes E et H des champs d'une onde électromagnétique dans le vide, son rôle dans les lois statiques de l'électromagnétisme soulève donc une intéressante question à approfondir.

Les actions physiques que la vitesse de la lumière représente dans les deux cas sont encore à expliquer puisque ce travail strictement analytique ne donne aucune indication sur cette question. Cependant, les expressions auxquelles ces actions conduisent sont maintenant définies, ce qui donne les pistes de réflexion sur une nouvelle façon d'appréhender ces lois de base de l'électromagnétisme. Il semble désormais nécessaire de prendre en compte la propagation de l'action entre charges dans la formulation des forces d'interaction. On ne peut plus les aborder comme de simples actions à distance matérialisées par des champs. On a vu que la vitesse de la lumière agit en multiplicateur dans la force électrique et en diviseur dans la force magnétique. Le processus qui aboutit à la présence d'un champ électrique et le processus qui aboutit à la présence d'un champ magnétique, sont donc à établir en tenant compte de ce constat.

ANNEXES

A. Les concepts de perméabilité et permittivité du vide

A.1. Perméabilité magnétique

Dans un milieu de perméabilité magnétique μ , la force magnétique NON RATIONNALISÉE s'exprime ainsi :

$$\frac{F_A}{L} = \mu \cdot 2 \frac{I \cdot I'}{r} \quad \text{avec} \quad \mu = \mu_r \cdot \mu_0$$

La perméabilité magnétique du vide μ_0 sert de référence pour les autres milieux. Elle était initialement égale à 1 dans le système CGS UEM (voir expression initiale (3) de F_A dans le vide). La perméabilité n'avait donc un sens que dans un milieu, mais dans le vide, sa valeur 1 dans le système UEM lui donnait la valeur $1/c^2$ dans le système UES à cause de l'incohérence. La perméabilité du vide a donc acquis une existence à cause de l'incohérence. L'adaptation aux unités MKSA et la rationalisation (Système SI) ont donné à la perméabilité du vide sa valeur actuelle :

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ kg m s}^{-2} \text{ A}^{-2}$$

A.2. Permittivité électrique

Pour l'électrostatique, Heaviside inventa le terme permittivité [8]. La permittivité correspond à ce que Faraday appelait le "pouvoir spécifique pour l'induction électrostatique" que Maxwell notait avec la lettre K [12]. Dans un milieu de permittivité diélectrique ε , la force électrostatique NON RATIONNALISÉE s'exprime :

$$F_C = \frac{1}{\varepsilon} \cdot \frac{Q \cdot Q'}{r^2} \quad \text{avec} \quad \varepsilon = \varepsilon_r \cdot \varepsilon_0$$

La permittivité diélectrique du vide ε_0 sert de référence pour les autres milieux. Elle était initialement égale à 1 dans le système CGS UES (Voir expression initiale (2) de F_C dans le vide). La permittivité n'avait donc un sens que dans un milieu, mais dans le vide, sa valeur 1 dans le système UES lui donnait la valeur $K = 1/c^2$ dans le système UEM à cause de l'incohérence. La permittivité du vide a donc acquis une existence à cause de l'incohérence. L'adaptation aux unités MKSA et la rationalisation (Système SI) lui a donné sa dénomination et sa valeur actuelle :

$$\varepsilon_0 = 8,854\,187\,82 \cdot 10^{-12} \text{ kg}^{-1} \text{ m}^{-3} \text{ s}^4 \text{ A}^2$$

A.3. Synthèse

Ces résultats sont résumés dans le tableau suivant :

systems	EMU	ESU	SI
μ_0	1	$1/c^2$	$4\pi \cdot 10^{-7} \text{ kg m s}^{-2} \text{ A}^{-2}$
ε_0	$1/c^2$	1	$8,854... \cdot 10^{-12} \text{ kg}^{-1} \text{ m}^{-3} \text{ s}^4 \text{ A}^2$

Tableau A-1 : Valeurs de la perméabilité et de la permittivité du vide dans les systèmes UEM, UES et SI. [9].

Contrairement à la perméabilité relative et la permittivité relative qui ont une signification physique dans les milieux, les concepts de perméabilité du vide et de permittivité du vide ne sont que des artifices qui compensent l'incohérence initiale et adaptent les expressions aux systèmes d'unités.

REFERENCES

- [1] Borvon, G., *Histoire de l'électricité, de l'ambre à l'électron*. Paris: Vuibert, 2009.
- [2] Blondel, C. and G. Borvon, "Cnrs : Ampere et l'histoire de l'électricité. les unités électriques et leur unification," 2008," <http://www.ampere.cnrs.fr/histoire/parcours-historique/unites-electriques/unification>.
- [3] Villey, J., "Analyse dimensionnelle et systèmes d'unités cohérents," *Journal de Physique et le Radium*, Vol. 6, 1945, <https://hal.science/jpa-00233896/document>.
- [4] Blavier, E. E., *Des grandeurs électriques et de leur mesure en unités absolues*. Paris: Dunod, 1881.
- [5] Blondel, C. and G. Borvon, "Cnrs : Ampere et l'histoire de l'électricité. le coulomb, l'ampere, le volt, le watt, l'ohm," 2008," <http://www.ampere.cnrs.fr/histoire/parcours-historique/unites-electriques/histoire>.
- [6] Heaviside, O., *Electrical papers VOL.I*. London: Macmillan and co, 1892.
- [7] Fleury, P., "Coordination des unités mécaniques et électriques en un système pratique international : formules classiques ou rationalisées," *Journal de Physique et le Radium*, Vol. 9, 1948, <https://hal.science/jpa-00234082/document>.
- [8] Darrigol, O., *Les équations de Maxwell de MacCullagh à Lorentz*. Paris: Belin, 2005.
- [9] Bruhat, G., *Electricité, Cours de Physique Générale, 8ème édition revue par Georges GOUDET*. Paris: Masson & Cie, 1963.
- [10] Thulin, A., "Oiml, 26ème bulletin de l'organisation internationale de métrologie," 1966," <https://www.oiml.org/en/publications/bulletin/pdf/1966-bulletin-26.pdf>.
- [11] Blot, J., *Cours d'électronique linéaire*. Paris: Dunod Université, 1993.
- [12] Maxwell, J. C., *Traité d'électricité et de magnétisme. tomes I et II (traduction de la 2ème édition anglaise par G. Seligmann-Lui)*. Paris: Gauthier-Villars, 1885.



We are pleased to present this first issue of « *La physique revisitée* » which is part of the open science and citizen research framework. It is open science because all articles are intended for open access, and no profit motive or advertising will distort its operation; passion for science and volunteerism are the only rules. This is citizen research because all actors with skills in their field can participate, whether they have researcher status or not, there is no need to be affiliated with a research center since the quality and scientific contribution of their work are the only criteria. « *La physique revisitée* » was born from the need to circumvent the obstruction made by journals to the publication of articles whose authors are not affiliated with a research center that can pay the publication fees; in fact, publishers eliminate at source the articles of these authors without transmitting them to the reading committee. To illustrate the scale of this problem, let us recall that Albert Einstein, who worked at the patent office in 1905, would never have been published... Science cannot find its account in the drift of current functioning.

At the current stage, still in its infancy for this start-up period, each issue of « *La physique revisitée* » only concerns a single article presented in French and English.

For this first issue, we present an article that solves an old problem of electromagnetism, abandoned then forgotten but whose lack of solution has left gaps in our current scientific knowledge. This is the inconsistency of the initial laws of electromagnetism which led to aberrant dimensions for electrical quantities, resistance for example had the dimension of a speed in the CGS EMU system in contradiction with that of the inverse of a speed in the CGS ESU system. This article shows how the SI circumvented this inconsistency without resolving it. The mathematical solution to this problem opens up interesting perspectives. We hope you enjoy reading.

Yves Blot
Director of publication

A stylized, handwritten signature in black ink, consisting of several fluid, overlapping strokes.

Article en Français page 3
Article in English page 14





LA PHYSIQUE REVISITÉE

Resolution of the inconsistency of the initial laws of electromagnetism, implications and perspectives

Jean-Marc, Augustin ROUX¹

¹Unaffiliated (retired Professor Agrégé)

La physique revisitée, Numéro 1, pages 14-23

Publié le 03 09 2025

DOI : 10.5281/zenodo.17116208

Licence: © ⓘ CC BY 4.0 †

ABSTRACT: The inconsistency in the initial laws of electromagnetism inspired Maxwell, but it was not resolved because it was circumvented by the use of constants when creating the SI. The objective of this theoretical study is to resolve the inconsistency and fill this gap in electromagnetism.

Cartesian analysis was used. After a historical summary that recalls how the inconsistency was circumvented without being resolved, we observe that the failure to consider the speed of light in the initial laws is the cause of its presence in the "measurements" deduced from the expressions of these laws. This "encystment" is the origin of the inconsistency between the CGS EMU and CGS ESU measurement systems. The incompatibility of these systems is then mathematically eliminated by identifying this inappropriate presence and removing it.

It follows that the speed of light affects the intensity of the phenomena. The speed of light acts as a multiplier parameter for the electrostatic force and as a dividing parameter for the magnetostatic force. It is shown that the permeability and permittivity of vacuum are compound constants: $\mu_0 = K_{MKS-A}/c$ and $1/\varepsilon_0 = K_{MKS-A} \cdot c$ and that the value of the vacuum impedance $Z_0 = K_{MKS-A}$ depends only on the construction of the unit system.

The physical interpretation of these results and their implications are particularly interesting perspectives.

keywords: permeability, permittivity, speed of light, CGS system

RÉSUMÉ : L'incohérence des lois initiales de l'électromagnétisme a inspiré Maxwell, mais elle n'a jamais été résolue puisqu'elle a été contournée par l'utilisation de constantes lors de la création du SI. L'objectif de cette étude théorique est de résoudre l'incohérence pour combler cette lacune de l'électromagnétisme.

Une analyse cartésienne a été utilisée. Après un résumé historique qui rappelle comment l'incohérence a été contournée sans être résolue, il est montré que la non prise en compte de la vitesse de la lumière, dans les lois initiales, est la cause de sa présence dans les "mesures" déduites des expressions de ces lois. Cet "enkystement" est à l'origine de l'incohérence entre les anciens systèmes de mesure CGS UEM et CGS UES. On élimine alors mathématiquement l'incompatibilité de ces systèmes en identifiant cette présence inappropriée et en la supprimant.

Il résulte que la vitesse de la lumière agit dans l'intensité des phénomènes : La vitesse de la lumière intervient comme paramètre multiplicateur dans la force électrostatique et comme paramètre diviseur dans la force magnétostatique. Il est démontré que la perméabilité et la permittivité du vide sont des constantes composées : $\mu_0 = K_{MKS-A}/c$ et $1/\varepsilon_0 = K_{MKS-A} \cdot c$ et que la valeur de l'impédance du vide $Z_0 = K_{MKS-A}$ dépend uniquement de la construction du système d'unités.

Ces résultats n'ont jamais été établis, leur interprétation physique et leurs implications, sont des perspectives particulièrement intéressantes.

Lire cet article en Français : <https://la-physique-revisitee.science/methode-analytique/>

keywords: perméabilité, permittivité, vitesse de la lumière, système CGS



1. INTRODUCTION

1.1. Historical treatment of inconsistency

The inconsistency between the initial expressions of Ampère's magnetostatic force and Coulomb's electrostatic force led physicists in the 19th and early 20th centuries to develop several electrical unit systems (ESU, EMU, Gaussian units, and so on). The international system was then established and circumvented this problem using constants [1],[2]. This inconsistency is related to the speed of light. Giovanni Giorgi, the initiator of SI, used two constants to adapt the initial laws to the MKSA units. This harmonization made it possible to circumvent the problem. Finally, the rationalization proposed by Oliver Heaviside introduced a 4π factor and led to the current SI expressions where Giorgi's two constants were replaced by two new rationalized constants: the vacuum magnetic permeability μ_0 and vacuum electrical permittivity ε_0 . The complexity of the problem explains why this inconsistency was circumvented, rather than resolved. Before studying this subject in detail, we examine the current consequences of this unresolved and circumvented inconsistency.

1.2. Current consequences of the unresolved inconsistency

The vacuum magnetic permeability μ_0 and the vacuum electrical permittivity ε_0 are SI constants constants related to the speed of light by the following relationship:

$$\mu_0, \varepsilon_0 = \frac{1}{c^2} \quad (1)$$

We are still unable to provide details of the distribution of the speed of light in each of the two constants because the initial inconsistency has never been resolved. We are used to this uncertainty, however, the lack of knowledge of this distribution must not be accepted as inevitable. Indeed, this lack of knowledge comes from a problem that has yet to be resolved, so we can already rigorously consider the possibilities of solutions.

Equation (1) implies exhaustive way:

$$\mu_0 = K \cdot c^{n-2} \quad \text{and} \quad \varepsilon_0 = \frac{1}{K} \cdot c^{-n} \quad n \in \mathbb{Z}$$

$n \in \mathbb{Z}$ because speed is a physical constant with units. More likely we can have $n \in [0; 2]$

The vacuum electric permittivity and vacuum magnetic permeability are the SI constants of electrostatic and electromagnetic forces, respectively:

$$F_C = \frac{1}{\varepsilon_0} \cdot \frac{Q \cdot Q'}{4\pi r^2} \quad F_A = \mu_0 \cdot \frac{I \cdot I'}{2\pi r}$$

Therefore, the speed of light is necessarily involved in at least one of these forces; however, this is not explicitly expressed.

1.3. Reactivation of an old problem

The logical consequence of this unresolved inconsistency motivated this study. Indeed, we found that the physical role of the speed of light in these forces is still not understood because it is not even identified, even though it is invisibly considered through the permittivity and permeability of the vacuum. This question was known to physicists until the middle of the 20th century, since the electrical measurement systems resulting from these two forces were incompatible; electrical measurements were made using CGS mechanical units (centimeters, grams and seconds), and there was a light-speed relationship between the units of the two systems. In 1945, "Le Journal de Physique et le Radium" published an attempt to solve the problem using dimensional analysis [3], but based on an unjustified and erroneous assertion, this analysis was not followed up. This problem was not solved in the past; it gave rise to several systems of electrical units and was finally circumvented in the 20th century after the slow process of SI gestation, which lasted from 1901 to 1948.

This study reactivates the old problem, which is complex, unresolved, circumvented, and forgotten.

1.4. Scientific process

All data needed for the analysis have existed since the advent of SI. The small number, particularly the age of the bibliographic references, is due to the subject itself, as it is the reactivation of an old problem. The problem is treated theoretically, and its resolution requires a thorough analysis before obtaining a clear vision. The complexity of the solution requires decomposition into several parts of lesser difficulty (Cartesian method), which are listed here:

1. A historical summary. It begins with the initial observation of the inconsistency and recalls the decisions that lead to SI expressions using the vacuum permittivity and permeability. This summary shows that the inconsistency was not resolved but worked around.
2. Identification of a gap in the initial expressions of the Ampère and Coulomb forces concerning the speed of light. This gap leads to celerity in the "measurements" deduced from the expressions of these laws ("encystment"). The historical chronology is then resumed using an unknown in each of the forces to compensate for this gap, thus providing the form of the expressions expected at each stage.
3. Analysis of the two old measurement systems ESU and EMU: This allows to identify the unjustified "encystment" of the speed of light in the mechanical expressions of ohm in these two systems.
4. The deduction of the two unknowns by removing the "encystment" and, consequently, the deduction of the complete expressions of the forces and two electromagnetic constants.
5. Assessment of the validity of the conclusions and reflection on their implications and perspectives.

2. SIMPLIFIED HISTORICAL SUMMARY

Knowledge of this historical summary [1] [2] is essential for subsequent analysis, which will use, point-by-point, the stages of this chronology.

2.1. The inconsistency between Coulomb's and Ampère's laws

In 1856, Wilhelm Weber and Rudolph Kohlrausch communicated about an observation: the ratio between the measurement of an electric charge using Coulomb's electrostatic force (ESU system) and its measurement using Ampère's electromagnetic force (EMU system) gave the speed of light:

Electrostatic force (formulation of the time):

$$F_C = \frac{Q \cdot Q'}{r^2} \quad \text{without SI factor:} \quad K_C = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \quad (2)$$

Charges Q and Q' are separated by a distance r .

Electromagnetic force (formulation of the time):

$$\frac{F_A}{L} = 2 \cdot \frac{I \cdot I'}{r} \quad \text{without SI factor:} \quad K_A = \frac{\mu_0}{4\pi} \quad (3)$$

F_A/L is the force per unit length exerted on straight, parallel and infinite conductors separated by a distance r . I and I' are the currents flowing in the two conductors.

Our electrical units did not yet exist, charges or currents were expressed in millimeters, milligrams and seconds, based on mechanical measurements (measures qualified as absolute as opposed to relative measures [4]). However, the measurements were inconsistent between the electrostatic (ESU) and electromagnetic (EMU) systems. Indeed, with the Coulomb force, the electric charge had the following dimension:

$$[Q_{UES}] = [\sqrt{F_C \cdot r}] = M^{\frac{1}{2}} \cdot L^{\frac{3}{2}} \cdot T^{-1}$$

With Ampère's force, the current had the following dimension:

$$[I_{UEM}] = \left[\sqrt{\frac{F_A \cdot r}{2 \cdot L}} \right] = M^{\frac{1}{2}} \cdot L^{\frac{1}{2}} \cdot T^{-1}$$

Either for the charge:

$$[Q_{UEM}] = M^{\frac{1}{2}} \cdot L^{\frac{1}{2}}$$

The ratio of the dimensions of the charges is a speed, the measurement systems were not consistent. But very interestingly, for the same charge, Weber and Kohlrausch obtained a ratio equal to the speed of light (measured seven years earlier).

$$\frac{Q_{ESU}}{Q_{EMU}} = c \quad (4)$$

This ratio and Faraday's discovery of the magneto-optical effect 11 years earlier allowed Maxwell to understand the relationship between electromagnetism and light. He synthesized electromagnetism and demonstrated the propagation of electromagnetic waves; however, the inconsistency between the initial expressions of the forces was not resolved.

2.2. The measuring systems CGS-EMU and CGS-ESU

Without an initial inconsistency, there would have been only one measurement system. Beginning in 1862, the British Association for the Advancement of Science (BAAS) resumed the use of these two measurement systems for electrical quantities, but this time in CGS units (centimeters, grams and seconds):

1. The CGS-EMU system was mainly used. It is based on electromagnetic force (EMU = Electromagnetic units).
2. The CGS-ESU system was rarely used. It is based on electrostatic force (ESU = Electrostatic units).

No physical meaning could be interpreted in the combinations of mechanical units of electrical quantities; they contained roots of mass and length and with their ratio in light speed, the two systems were always incompatible.

2.3. The practical unit system based on the CGS-EMU

A system of practical units (volt, ohm, etc.), close to the needs of engineers, was gradually put in place from 1874 by the BAAS [5]. The units of this practical system correspond to decimal multiples of the units of the CGS-EMU system because it was the most widely used system. Below, we give the two units initially defined and the first that results from them:

- $1 \text{ V} \rightarrow 10^8 \text{ g}^{\frac{1}{2}} \text{ cm}^{\frac{3}{2}} \text{ s}^{-2}$, which was close to the Daniell cell voltage ($\sim 1,1 \text{ V}$) used as a reference in telegraphy and industry.
- $1 \Omega \rightarrow 10^9 \text{ cm s}^{-1}$, which was close to the resistance standard of the industrialist Werner Siemens ($\sim 0,9536 \Omega$).
- $1 \text{ A} \rightarrow 10^{-1} \text{ g}^{\frac{1}{2}} \text{ cm}^{\frac{1}{2}} \text{ s}^{-1}$, which was a consequence of previous choices.

Therefore, the electromagnetic force is the basis for the definition of electrical units; however the problem that leads to inconsistency with the ESU system has not been resolved.

2.4. The MKSA of Giorgi

In 1901, Giovanni Giorgi proposed using MKS units (meter, kilogram, second) as fundamental units of mechanics and proposed using a fundamental unit of electricity. Because the objective was to preserve the practical units defined in the EMU system, the fundamental unit of electricity had to remain based on the electromagnetic force. The ampere was chosen because the first electrical quantity to be derived from this force is the intensity. Its initial definition by the BAAS ($1 \text{ A}^2 \rightarrow 10^{-2} \text{ g cm s}^{-2} = 10^{-7} \text{ kg m s}^{-2}$) provides the reference value for electromagnetic force ($2 \cdot 10^{-7} \text{ kg m s}^{-2}$ for $L = r = 1 \text{ m}$). It was necessary to adapt the expression of this force to the unit using a constant K_A .

$$\frac{F_A}{L} = 2 \cdot K_A \cdot \frac{I \cdot I'}{r}$$

The constant K_A had to have a value that corresponded to this force of 1 A in the two conductors and with these lengths, which gave $K_A = 10^{-7} \text{ kg m s}^{-2} \text{ A}^{-2}$.

It was also necessary to adapt the Coulomb force to the MKSA units using a constant K_C :

$$F_C = K_C \cdot \frac{Q \cdot Q'}{r^2}$$

The coulomb was also defined in the EMU system (by Ampère's force). Therefore, Giorgi proposed the use of the ratio (in light speed) to adapt the Coulomb force expression for this unit. Thus, the constants K_C and K_A had to respect the light-speed ratio (4) of the charges ESU and EMU (squared, considering the product of charges or currents):

$$\frac{K_C}{K_A} = \left(\frac{Q_{ESU}}{Q_{EMU}} \right)^2 = c^2 \quad \Rightarrow \quad K_C = K_A \cdot c^2$$

The unresolved problem of the initial inconsistency was circumvented using these constants.

2.5. The rationalization

Before the new system was adopted, Heaviside proposed using two new constants, μ_0 and ε_0 , and a 4π factor instead of K_A and K_C .

$$\mu_0 = 4\pi K_A \quad \text{and} \quad \frac{1}{\varepsilon_0} = 4\pi K_C$$

This "rationalization" allowed a simplification of the writing of Maxwell's equations where this factor 4π which was unnecessarily present (Heaviside called it "the excrescence"... [6]), was eliminated [7] [8].

See appendix: The concepts of vacuum permeability and permittivity.

As a counterpart to its disappearance from Maxwell's equations, 4π factor appeared in certain electrical formulas (Coulomb's laws, Biot and Savart's laws, etc.), where it took on the physical meaning of the solid angle of all space [9]. This gives the current SI expressions for the Ampère's and Coulomb's forces:

$$\begin{aligned} \frac{F_A}{L} &= 2 \cdot \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I \cdot I'}{r} & K_A &= \frac{\mu_0}{4\pi} \\ F_C &= \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{Q \cdot Q'}{r^2} & K_C &= \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \end{aligned}$$

This rationalization did not change Giorgi's MKSA unit system but led to new expressions. Given the link between the replaced K_C and K_A factors, we obtain in accordance with d'Alembert's wave equation and Maxwell's equations rationalized by Heaviside as follows:

$$\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot c^2 \quad \Rightarrow \quad \mu_0 \cdot \varepsilon_0 = \frac{1}{c^2}$$

The problem of initial inconsistency has since been overshadowed by adaptation to MKSA units, which circumvented it, and rationalization. This problem, which has become invisible, has not been resolved yet.

3. HIGHLIGHTING A GAP. COMPENSATING FOR THIS GAP BY USING UNKNOWNNS

At the end of the 18th century and beginning of the 19th century, the expressions of the Coulomb and Ampère forces were established from observable quantities (forces, lengths, charges and intensity). Therefore, the speed of light, measured in 1849 by Hippolyte Fizeau, could not be included in this category at that time and was never later integrated as such.

3.1. Highlighting a gap

3.1.1. An inconsistency where speed of light appears

The EMU and ESU measurement systems are based on the initial forms of the electrostatic and electromagnetic forces:

$$F_C = \frac{Q \cdot Q'}{r^2} \quad \quad \frac{F_A}{L} = \frac{I \cdot I'}{r}$$

Unlike the SI expressions, where it is invisibly considered through the vacuum permeability and vacuum permittivity, the speed of light was not included in the initial expressions used to establish the two CGS systems. The speed of light appeared in the measurement report, creating an inconsistency whose mechanisms must be understood.

3.1.2. Consequence of not taking speed of light into account

We look at the consequences of not considering a necessary constant in an expression with the following example: Suppose we want to calculate the mass m of an object in space, located at a distance d from the center of the earth (of mass M_T), from the gravitational force F . We would use the expression of this force:

$$F = G \cdot \frac{m \cdot M_T}{d^2} \quad \Rightarrow \quad m = \frac{F \cdot d^2}{G \cdot M_T}$$

If the gravitational constant is not considered in the expression of the gravitational force, the result of m will be G times too large, with the value and units included. The gravitational constant will thus be "encysted" in the result of m which will have neither the correct value nor correct dimension.

For the same reason, the speed of light was "encysted" in the results of the EMU and ESU systems, and the relationship between the two allows us to conclude that this gap exists. However, this single piece of information is insufficient to specify whether the problem arises in both expressions or in only one.

3.2. Compensation by using unknownns

We are looking for the forms of expressions that we would have had if the speed of light had been correctly integrated into these laws.

Méthode : We will consider that the two forces are potentially incomplete using two unknownns: CF_A for Ampère's force and CF_C for Coulomb's force, which allows us to study this question without prejudging the results.

We return at the historical timeline:

3.2.1. Initial expressions expected

If, in the 19th century, the expressions of force by Ampère and Coulomb correctly accounted for the physical phenomenon involving the speed of light, we would have obtained the following initial expressions.

Initial expressions expected

$$\frac{F_A}{L} = 2 \cdot C F_A \cdot \frac{I \cdot I'}{r} \quad (5)$$

$$F_C = C F_C \cdot \frac{Q \cdot Q'}{r^2} \quad (6)$$

Reminder: it is not prejudged whether the speed of light c occurs in $C F_A$, $C F_C$ or both.

At that time, currents and charges would still have been expressed in mechanical units from the expressions for forces. However, the speed of light would not have been "enkysted" in the results.

Consequence: There would have been only one system of electrical measurements with mechanical units, which we call the "unified system".

A system of electrical measurements using mechanical units only exists by omission. This exists only if constant of adaptation to the respective units of the electrical and mechanical domains is not used. *"It is in fact this constant which allows us to make the dimensional separation in relation to mechanical quantities"* wrote Ake Thulin in 1966 [10], (he was talking here about μ_0 since it was a question of the rationalized SI and the practical units are defined in relation to the EMU system). Without such a constant, electrical quantities have mechanical dimensions that have no physical meaning. The ESU and EMU systems added a second omission: speed of light. An adaptation constant existed for each system (K_A and K_C). Indeed, the speed of light does not intervene in the same way in the two systems since they are incoherent.

The unified system is the one which falls under the expressions 5 and 6:

- It is a system of electrical measurements with mechanical units because it has no constant adaptation to the units.
- It is a unified system because it takes into account the speed of light c .

3.2.2. Giorgi's MKSA expressions expected

Giorgi would have adapted the expressions of both forces to MKSA units without using the c^2 ratio. Therefore, he would have used a single dimensioning constant K_{AC} , which is common to both forces, instead of K_A and K_C :

$$K_{Coulomb} = K_{Ampere} (K_{AC}) \text{ instead of } K_C = K_A \cdot c^2$$

Giorgi's MKSA expressions would have taken the following forms:

$$\frac{F_A}{L} = K_{AC} \cdot 2 \cdot C F_A \cdot \frac{I \cdot I'}{r} \quad (7)$$

$$F_C = K_{AC} \cdot C F_C \cdot \frac{Q \cdot Q'}{r^2} \quad (8)$$

3.2.3. Rationalized MKSA expressions expected

Rationalizing the system with the factor 4π would have given a single constant:

$$K_{MKS-A} = 4\pi K_{AC}$$

$$\text{instead of : } \mu_0 = 4\pi K_A \text{ and } \frac{1}{\epsilon_0} = 4\pi K_C$$

We would have obtained the same rationalized SI system but with different formulations for the two forces:

$$\frac{F_A}{L} = K_{MKS-A} \cdot C F_A \cdot \frac{I \cdot I'}{2\pi \cdot r} \quad (9)$$

$$F_C = K_{MKS-A} \cdot C F_C \cdot \frac{Q \cdot Q'}{4\pi \cdot r^2} \quad (10)$$

The constant K_{MKS-A} is a constant for rationalization and adaptation to MKSA units of complete expressions (rationalized and taking into account the speed of light).

3.2.4. Consequences : expected relations

Because it is the same rationalized system of units, the expressions are equivalent to those of the SI. The constant K_{MKS-A} is currently invisible because it is integrated into the vacuum permeability and vacuum permittivity:

$$\mu_0 = K_{MKS-A} \cdot C F_A \quad (11)$$

$$\frac{1}{\epsilon_0} = K_{MKS-A} \cdot C F_C \quad (12)$$

The following relationships can be deduced:

$$\sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} = K_{MKS-A} \cdot \sqrt{C F_A \cdot C F_C} \quad (13)$$

$$\frac{1}{\mu_0 \cdot \epsilon_0} = \frac{C F_C}{C F_A} = c^2 \quad (14)$$

These three constants cannot be determined directly; however, the two old EMU and ESU systems can be analyzed to determine whether the speed of light is "enkysted" in one or both. Once the "enkystment" of the speed of light is apparent, we can deduce the constants $C F_A$ and $C F_C$ which must make these systems converge towards the unified system (3.2.1).

4. ANALYSIS OF THE TWO ANCIENT MEASUREMENT SYSTEMS

Notation: The acronyms EMU and ESU refer to the CGS units in the scientific literature. To avoid ambiguities, we use the abbreviations MAG and STAT to designate the electromagnetic and electrostatic measuring systems with MKS mechanical units.

4.1. Dimensional table of MAG and STAT systems (EMU and ESU)

Quantities	STAT	MAG
I	$M^{\frac{1}{2}} \cdot L^{\frac{3}{2}} \cdot T^{-2}$	$M^{\frac{1}{2}} \cdot L^{\frac{1}{2}} \cdot T^{-1}$
U	$M^{\frac{1}{2}} \cdot L^{\frac{1}{2}} \cdot T^{-1}$	$M^{\frac{1}{2}} \cdot L^{\frac{3}{2}} \cdot T^{-2}$
P	$M \cdot L^2 \cdot T^{-3}$	$M \cdot L^2 \cdot T^{-3}$
R	$L^{-1} \cdot T$	$L \cdot T^{-1}$
Q	$M^{\frac{1}{2}} \cdot L^{\frac{3}{2}} \cdot T^{-1}$	$M^{\frac{1}{2}} \cdot L^{\frac{1}{2}}$

Table 1 : Dimensions of STAT and MAG systems [1]

Observations: Electric power is the only one to be coherent; for the others, we have:

- $[I_{STAT}] = [U_{MAG}]$
- $[U_{STAT}] = [I_{MAG}]$
- $[R_{STAT}] = 1/[R_{MAG}]$

We note that a speed appears in a contradictory way between the two systems:

$$\text{Electromagnetic system: } [I_{MAG}] = \left[\frac{U_{MAG}}{\text{speed}} \right]$$

$$\text{Electrostatic system: } [I_{STAT}] = [\text{speed} \cdot U_{STAT}]$$

This reversal of speed is representative of the subject that interests us. The mechanical dimension of the resistance is directly related to the problem because it is a speed in the MAG system and the inverse of a speed in the STAT system. We must now have the values of the practical electrical units in both systems. We will establish, in MKS units, those that will be useful.

4.2. The units, ampere and ohm, in the MAG system

The initial definitions of ampere and ohm in the UEM CGS units allow them to be established in MAG MKS units (by passing through the square for the ampere).

SI Units	EMU CGS (def)	MAG MKS values
1 A	$10^{-1} \text{ g}^{\frac{1}{2}} \text{ cm}^{\frac{1}{2}} \text{ s}^{-1}$	$\sqrt{10} 10^{-4} \text{ kg}^{\frac{1}{2}} \text{ m}^{\frac{1}{2}} \text{ s}^{-1}$
1 Ω	10^9 cm s^{-1}	10^7 m s^{-1}

Table 2: Ampere and ohm, in the MAG system

4.3. The units, coulomb and ohm, in the STAT MKS system

The practical units do not come from a definition in the electrostatic system but can be established. We calculate the Coulomb force for 1 C and a distance of 1 m. Subsequently, we apply the force obtained to the initial expression.

$$F_C = \frac{1}{\epsilon_0} \cdot \frac{Q \cdot Q'}{r^2}$$

$$Q = Q' = 1 \text{ C}, \quad r = 1 \text{ m},$$

$$\epsilon_0 = 8,854187 \cdot 10^{-12} \text{ N m}^2 \text{C}^{-2}$$

$$\Rightarrow F_C \sim 8,987 \cdot 10^9 \text{ N} = 8,987 \cdot 10^9 \text{ kg m s}^{-2}$$

In STAT system (initial expression):

$$F_C = \frac{Q \cdot Q'}{r^2} \Rightarrow 1 \text{ C}_{\text{STAT}} \sim 9,48 \cdot 10^4 \text{ kg}^{\frac{1}{2}} \text{ m}^{\frac{3}{2}} \text{ s}^{-1}$$

We deduce the values of ampere ($1 \text{ C} \cdot \text{s}^{-1}$), volt ($1 \text{ W} \cdot \text{A}^{-1}$ with $1 \text{ W} = 1 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-3}$), and ohm ($1 \text{ V} \cdot \text{A}^{-1}$), which give for ohm and coulomb:

SI Units	STAT MKS values
1 C	$9,48 \cdot 10^4 \text{ kg}^{\frac{1}{2}} \text{ m}^{\frac{3}{2}} \text{ s}^{-1}$
1 Ω	$0,111 \cdot 10^{-9} \text{ m}^{-1} \text{ s} \sim \frac{1}{9} \cdot 10^{-9} \text{ m}^{-1} \text{ s}$

Table 3: Coulomb and ohm, in the STAT system

4.4. Observation on the STAT and MAG values of the ohm

SI Units	STAT MKS values	MAG MKS values
1 Ω	$\frac{1}{9} \cdot 10^{-9} \text{ m}^{-1} \text{ s}$	10^7 m s^{-1}

Table 4: Ohm values in STAT and MAG systems.

This table and the approximation $c \sim 3 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}$ allow us to write:

Ohm in STAT and MAG systems

$$1 \Omega_{\text{STAT}} \sim \frac{1}{30 c} \quad \text{and} \quad 1 \Omega_{\text{MAG}} \sim \frac{c}{30}$$

The expressions STAT MKS and MAG MKS of ohm provide us with two pieces of information.

1. - We note the presence of a factor of $1/30$ in both cases. This factor is the consequence of the choice of ohm by the BAAS in 1874 at 10^9 CGS UEM units, that is, $10^9 \text{ cm} \cdot \text{s}^{-1}$.

2. We see, with the speed of light highlighted, that it is "encysted" in the STAT and MAG expressions of the ohm. This allows us to conclude that the speed of light should have been considered in the expressions of the two forces.

Conclusion

The speed of light must be considered:

- In the constant CF_A of the Ampere force, to no longer be encysted in the expressions of the MAG units.
- In the constant CF_C of the Coulomb force, to no longer be encysted in the expressions of the STAT units.

After these taken into account, the magnetic and electrostatic units will be identical (unified system).

5. CONSIDERATION OF THE SPEED OF LIGHT

5.1. Determination of constants CF_A , CF_C and K_{MKS-A}

5.1.1. Highlighting the speed of light in the MAG expression of the ampere

We have already expression of ampere in the MAG system (Table 2); however, it is difficult to detach the speed of light, unlike in the case of ohm. Therefore, we use expression of ohm whose "encystment" of the speed of light is now apparent.

$$1 \Omega = 1 \text{ W A}^{-2} = 1 \text{ kg m}^2 \text{ s}^{-3} \text{ A}^{-2}$$

$$\Rightarrow 1 \text{ A}^2 = \frac{1 \text{ kg m}^2 \text{ s}^{-3}}{1 \Omega}$$

$$1 \Omega_{\text{MAG}} \sim \frac{c}{30} \Rightarrow 1 \text{ A}_{\text{MAG}}^2 \sim \frac{30}{c} \text{ kg m}^2 \text{ s}^{-3} \quad (15)$$

The encystment of the speed of light now appears for the square ampere.

5.1.2. Determination of constant CF_A

Without CF_A (MAG system) we have:

$$\frac{F_A}{L} = 2 \cdot \frac{I \cdot I'}{r} \Rightarrow \frac{r}{2L} \cdot F_A = I \cdot I' \quad (16)$$

According to this last relation (16), the MAG expression of ampere (15) corresponds to the conditions of force and lengths such that

$$\frac{r}{2L} \cdot F_A = 1 \text{ A}_{\text{MAG}}^2 \sim \frac{30}{c} \text{ kg m}^2 \text{ s}^{-3} \quad (17)$$

With CF_A (Unified system, exp. (5)) we have:

$$\frac{F_A}{L} = 2 \cdot CF_A \cdot \frac{I \cdot I'}{r} \Rightarrow \frac{r}{2L} \cdot F_A = CF_A \cdot I \cdot I'$$

Thus, in the unified system, for currents of 1 A and under the same conditions of force and lengths as in equation (17), we obtain

$$CF_A \cdot 1 \text{ A}_{\text{uni}}^2 \sim \frac{30}{c} \text{ kg m}^2 \text{ s}^{-3}$$

The value 30 was derived from the historical choice of ohm. The CF_A constant must eliminate the "encystment" of speed of light in the ampere expression. We deduce:

$$CF_A = \frac{1}{c} \quad (18)$$

We also deduce the expression of the ampere in the unified system:

$$1 \text{ A}_{\text{uni}}^2 \sim 30 \text{ kg m}^2 \text{ s}^{-3} \Rightarrow 1 \text{ A}_{\text{uni}} \sim \sqrt{30} \text{ kg}^{\frac{1}{2}} \text{ m s}^{-\frac{3}{2}}$$

It is recalled that the dimensions of an electrical measurement system with mechanical units have no physical significance. If, out of curiosity, we are still interested in the dimensions of the unified system, we find mechanical power roots for voltage and current and a dimension "1" for resistance (a simple proportionality factor between the two previous ones). Despite the substitution theorem [11], this equality of the dimensions of current and voltage would seem totally counterintuitive if we attributed a meaning to these dimensions. This probably explains why 19th century physicists did not solve this problem: rightly, the dimensions of current and voltage could not be the same, but they were looking for a mechanical expression of electricity, so they could not conceive of these results. Regarding this fruitless search, Arnold Sommerfeld stated in 1935: "The absolute system (of the three mechanical units) could be considered unavoidable, as long as one could hope to deduce electricity from mechanics. This time is over." [2]

5.1.3. Deduction of the constant CF_C

The same reasoning can be repeated to determine the CF_C , but it is simpler to use (14), which leads to the same result:

$$\frac{CF_C}{CF_A} = c^2 \Rightarrow CF_C = c^2 \cdot CF_A$$

$$CF_C = c \quad (19)$$

5.1.4. Identification of K_{MKS-A}

We recall relation (13):

$$\sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} = K_{MKS-A} \cdot \sqrt{CF_A \cdot CF_C}$$

From the constants CF_A and CF_C determined, we deduce:

$$K_{MKS-A} = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} \sim 376,73 \text{ kg m}^2 \text{ s}^{-3} \text{ A}^{-2}$$

The constant of adaptation to the MKSA units and rationalization corresponds to the characteristic impedance of vacuum.

5.2. Solutions of expected expressions

Equations (11) and (12) for the vacuum electric permittivity and vacuum magnetic permeability (3.2.4) give the following results.

$$\mu_0 = K_{MKS-A} \cdot \frac{1}{c} \quad \frac{1}{\varepsilon_0} = K_{MKS-A} \cdot c \quad (20)$$

It now appears that the vacuum electric permittivity and vacuum magnetic permeability depend on the speed of light. These two constants are not magnetic and electric characteristics of vacuum; they express the manner in which the speed acts in each of these phenomena and consider the definition of the units. The terms permittivity and permeability only have meaning in media other than vacuum, for the relative values ε_r and μ_r .

The expressions of the two forces can be deduced:

$$\frac{F_A}{L} = K_{MKS-A} \cdot \frac{1}{c} \cdot \frac{I \cdot I'}{2\pi \cdot r} \quad (21)$$

$$F_C = K_{MKS-A} \cdot c \cdot \frac{Q \cdot Q'}{4\pi \cdot r^2} \quad (22)$$

The speed of light is a dividing parameter for the magnetic force and a multiplying parameter for the electrostatic force.

5.3. Independent expression of K_{MKS-A}

The vacuum electric permittivity and vacuum magnetic permeability are combinations of the speed of light and the constant K_{MKS-A} . Therefore, the latter can no longer be expressed from the previous ones and we must establish an independent expression. The initial definition of the ampere from an electromagnetic force of $2 \cdot 10^{-7} \text{ N}$ with $L = r = 1 \text{ m}$, allows us to express K_{MKS-A} :

$$2 \cdot 10^{-7} \text{ N} = K_{MKS-A} \cdot \frac{1}{c} \cdot \frac{1 \text{ A}^2}{2\pi}$$

Which gives the following result:

$$K_{MKS-A} = 4\pi \cdot c \cdot 10^{-7} \text{ N A}^{-2}$$

Because they were not considered in the initial expression of the electromagnetic force from which the EMU units were defined, factor 4π , speed of light c , and coefficient $K_A = 10^{-7} \text{ N A}^{-2}$ constitute the constant that rationalizes and adapts the complete expressions to SI units.

$$K_{MKS-A} = 4\pi \cdot \underline{c} \cdot 10^{-7} \text{ kg m}^2 \text{ s}^{-3} \text{ A}^{-2}$$

where $\underline{c}$ represents the MKS numerical value of the celerity of light in vacuum.

The constant K_{MKS-A} appears in this analysis as a constant for adapting the expressions of forces to SI units, as Giorgi initially conceived the constants K_A and K_C . It applies to rationalized expressions taking into account the speed of light which makes the MAG and STAT systems converge towards a single one. Therefore, this aspect is only that of adaptation to the SI of complete expressions. However, its physical meaning, independent of a system of units, is more complex. Indeed, this constant corresponds to the characteristic impedance of the vacuum.

6. CONCLUSIONS, EVALUATION AND PERSPECTIVES

Conclusions:

This analysis made it possible to identify how the speed of light must be considered in the expressions for the Ampère and Coulomb forces. The physical role of the speed of light in the fields intensities is no longer overshadowed by the vacuum permittivity and vacuum permeability. These constants do not express the electric and magnetic characteristics of the vacuum but correspond to the action of the speed of light in each of these phenomena. The speed of light not only imposes a delay in the propagation of potentials (Liénard-Wiechert) but also affects the intensity of the fields. From the expressions obtained for vacuum permittivity and vacuum permeability, the speed of light is a parameter that acts as a multiplier in the electric field and as a divider in the magnetic field. This is an unprecedented result because considering delayed times does not make the speed of light a quantity that plays a role in the intensity of the phenomena, such as, for example, the speed in a linear momentum.

Evaluation of the conclusions:

Regarding the vacuum permittivity and vacuum permeability, the previous conclusion is that they do not represent the characteristics of vacuum. This conclusion is consistent with the origin of these concepts, which is recalled in the appendix ("The concepts of vacuum permeability and permittivity"), where we can verify that they are only the artifices that compensate for the initial inconsistency and adapt the expressions to unit systems. This is the exact role that show their respective expressions (20).

Regarding the speed of light, which acts as a multiplier for the electric force and as a divider for the magnetic force, it is easy to verify that the intensity of these two forces corresponds to the influence of the speed of light. Indeed, for lengths systematically equal to one meter, Ampère's force is derisory for currents of 1 A ($2 \cdot 10^{-7}$ N) and the Coulomb force is gigantic for charges of 1 C ($\sim 9 \cdot 10^9$ N).

perspectives:

The characteristic impedance of vacuum expresses the ratio between the amplitudes E and H of the fields of an electromagnetic wave in vacuum; therefore, its role in the static laws of electromagnetism raises an interesting question to be explored further.

The physical actions that the speed of light represents in both cases are yet to be explained because this strictly analytical work provides no indication of this question. However, the expressions to which these actions lead are now defined, providing avenues for reflection on a new ways to understand the basic laws of electromagnetism. It is necessary to consider the propagation of action between charges in the formulation of the interaction forces. We can no longer approach them as simple remote actions materialized by the fields. We observed that the speed of light acts as a multiplier for the electric force and as a divider for the magnetic force. Therefore, the process that leads to the presence of an electric field and the process that leads to the presence of a magnetic field must be established considering this observation.

ANNEXES

A. The concepts of vacuum permeability and permittivity

A.1. Magnetic permeability

In a medium with magnetic permeability μ , the UNRA-TIONALIZED magnetic force is expressed as follows:

$$\frac{F_A}{L} = \mu \cdot 2 \frac{I \cdot I'}{r} \quad \text{with} \quad \mu = \mu_r \cdot \mu_0$$

The magnetic permeability of vacuum μ_0 serves as a reference for other media. It was initially equal to 1 in the CGS EMU system (see the initial expression (3) of F_A in vacuum); therefore, permeability only had meaning in a medium but in a vacuum, its value 1 in the EMU system gave it the value $1/c^2$ in the CGS ESU system because of the inconsistency. Thus, the vacuum permeability acquired an existence because of the incoherence. Adaptation to MKSA units and rationalization (SI System) gave the vacuum permeability its current value.

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ kg m s}^{-2} \text{ A}^{-2}$$

A.2. Electrical permittivity

For electrostatics, Heaviside coined the term permittivity [8]. Permittivity corresponds to what Faraday called the "specific capacity for electrostatic induction" which Maxwell denoted as

K [12]. In a medium with dielectric permittivity ε , the UNRA-TIONALIZED electrostatic force is expressed as follows:

$$F_C = \frac{1}{\varepsilon} \cdot \frac{Q \cdot Q'}{r^2} \quad \text{with} \quad \varepsilon = \varepsilon_r \cdot \varepsilon_0$$

The dielectric permittivity of vacuum ε_0 serves as a reference for other media. It was initially equal to 1 in the CGS ESU system (See initial expression (2) of F_C in vacuum); therefore permittivity only had meaning in a medium but in a vacuum, its value 1 in the ESU system gave it the value $K = 1/c^2$ in the CGS EMU system because of the inconsistency. Thus, the vacuum permittivity acquired an existence because of the incoherence. The adaptation to MKSA units and rationalization (SI System) provides it its current name and value.

$$\varepsilon_0 = 8,854\,187\,82 \cdot 10^{-12} \text{ kg}^{-1} \text{ m}^{-3} \text{ s}^4 \text{ A}^2$$

A.3. Synthesis

These results are summarized in the following table :

systems	EMU	ESU	SI
μ_0	1	$1/c^2$	$4\pi \cdot 10^{-7} \text{ kg m s}^{-2} \text{ A}^{-2}$
ε_0	$1/c^2$	1	$8,854... \cdot 10^{-12} \text{ kg}^{-1} \text{ m}^{-3} \text{ s}^4 \text{ A}^2$

Table 1 : Values of vacuum permeability and permittivity in UEM, UES and SI systems [9].

Unlike relative permeability and relative permittivity, which have physical meanings in media, the concepts of vacuum permeability and vacuum permittivity are only artifices that compensate for the initial inconsistency and adapt the expressions to unit systems.

REFERENCES

- [1] Borvon, G., *Histoire de l'électricité, de l'ambre à l'électron*. Paris: Vuibert, 2009.
- [2] Blondel, C. and G. Borvon, "Cnrs : Ampere et l'histoire de l'électricité. les unités électriques et leur unification," 2008," <http://www.ampere.cnrs.fr/histoire/parcours-historique/unites-electriques/unification>.
- [3] Villey, J., "Analyse dimensionnelle et systèmes d'unités cohérents," *Journal de Physique et le Radium*, Vol. 6, 1945, <https://hal.science/jpa-00233896/document>.
- [4] Blavier, E. E., *Des grandeurs électriques et de leur mesure en unités absolues*. Paris: Dunod, 1881.
- [5] Blondel, C. and G. Borvon, "Cnrs : Ampere et l'histoire de l'électricité. le coulomb, l'ampere, le volt, le watt, l'ohm," 2008," <http://www.ampere.cnrs.fr/histoire/parcours-historique/unites-electriques/histoire>.
- [6] Heaviside, O., *Electrical papers VOL.I*. London: Macmillan and co, 1892.
- [7] Fleury, P., "Coordination des unités mécaniques et électriques en un système pratique international : formules classiques ou rationalisées," *Journal de Physique et le Radium*, Vol. 9, 1948, <https://hal.science/jpa-00234082/document>.

- [8] Darrigol, O., *Les equations de Maxwell de MacCullagh a Lorentz*. Paris: Belin, 2005.
- [9] Bruhat, G., *Electricite, Cours de Physique Generale, 8eme edition revue par Georges GOUDET*. Paris: Masson & Cie, 1963.
- [10] Thulin, A., "Oiml, 26eme bulletin de l'organisation internationale de metrologie," 1966," <https://www.oiml.org/en/publications/bulletin/pdf/1966-bulletin-26.pdf>.
- [11] Blot, J., *Cours d'electronique lineaire*. Paris: Dunod Université, 1993.
- [12] Maxwell, J. C., *Traite d'electricite et de magnetisme. tomes I et II (traduction de la 2eme edition anglaise par G. Seligmann-Lui)*. Paris: Gauthier-Villars, 1885.



LA PHYSIQUE REVISITÉE

