IMPLICATIONS
DES ACQUIS
SCIENTIFIQUES

la-physique-revisitee.science
ISSN : 3096-5020

LA PHYSIQUE REVISITÉE

Numéro 1 Septembre 2025

Article central de ce numéro / *Central article of this issue*

Résolution de l'incohérence des lois initiales de l'électromagnétisme, implications et perspectives

Resolution of the inconsistency of the initial laws of electromagnetism, implications and perspectives

DOI 10.5281/zenodo.17116208

Article d'histoire des sciences associé / *Related article on the history of science*

L'histoire compliquée des unités électriques : implications sur les expressions SI

The complicated history of electric units : implications on SI expressions

Jean-Marc Augustin ROUX[1]

[1]Marseille France
E-mail : jm.a.r.physique@free.fr

Licence : CC BY 4.0 †

Nous sommes heureux de vous présenter ce premier numéro de *« La physique revisitée »* qui s'inscrit dans le cadre de la science ouverte et de la recherche citoyenne. Il s'agit de science ouverte car tous les articles sont destinés au libre accès et qu'aucun but lucratif ni aucune publicité ne viendront dévoyer son fonctionnement, la passion pour la science et le bénévolat sont les seules règles. Il s'agit de recherche citoyenne car tous les acteurs ayant des compétences dans leur domaine peuvent participer, qu'ils aient le statut de chercheur ou non, nul besoin d'affiliation à un centre de recherche puisque la qualité et l'apport scientifique de leur travail sont les seuls critères. *« La physique revisitée »* est née de la nécessité de contourner l'obstruction faite par les revues à la publication d'articles dont les auteurs ne sont pas affiliés à un centre de recherche pouvant payer les frais de publication, en effet, les éditeurs éliminent à la source les articles de ces auteurs sans les transmettre au comité de lecture. Pour illustrer l'ampleur de ce problème, rappelons qu'Albert Einstein qui travaillait à l'office des brevets en 1905 n'aurait jamais été publié… La science ne peut trouver son compte dans la dérive du fonctionnement actuel.

Chaque numéro de *« La physique revisitée »* concerne un article scientifique et un article associé d'histoire de la physique, présentés en français et en anglais.

Pour ce premier numéro, nous présentons un article qui résout un vieux problème d'électromagnétisme, abandonné puis oublié mais dont l'absence de solution a laissé des lacunes dans nos connaissances scientifiques actuelles. Il s'agit de l'incohérence des lois initiales de l'électromagnétisme qui conduisait à d'aberrantes dimensions pour les grandeurs électriques, la résistance avait par exemple la dimension d'une vitesse dans le système CGS UEM en contradiction avec celle de l'inverse d'une vitesse dans le système CGS UES. Il est montré dans cet article comment le SI a contourné cette incohérence sans la résoudre. La solution mathématique de ce problème ouvre d'intéressantes perspectives. Nous vous souhaitons une bonne lecture.

Yves Blot
Directeur de la publication



Texte de l'article scientifique en français *page 3*
Text of the scientific article in English *page 13*
Texte de l'article historique en français *page 24*
Text of the historical article in English *page 42*



LA PHYSIQUE REVISITÉE

Résolution de l'incohérence des lois initiales de l'électromagnétisme, implications et perspectives

Jean-Marc Augustin ROUX[1]
[1]Non affilié (Professeur Agrégé retraité)

La physique revisitée, Numéro 1, pages 3-12
Publié le 03 09 2025
DOI : 10.5281/zenodo.23842019
Licence: CC BY 4.0 †

ABSTRACT: The inconsistency in the initial laws of electromagnetism inspired Maxwell, but it was not resolved because it was circumvented by the use of constants when creating the SI.The objective of this theoretical study is to resolve the inconsistency and fill this gap in electromagnetism.

Cartesian analysis was used. After a historical summary that recalls how the inconsistency was circumvented without being resolved, we observe that the failure to consider the speed of light in the initial laws is the cause of its presence in the "measurements" deduced from the expressions of these laws. This "encystment" is the origin of the inconsistency between the CGS EMU and CGS ESU measurement systems. The incompatibility of these systems is then mathematically eliminated by identifying this inappropriate presence and removing it.

It follows that the speed of light affects the intensity of the phenomena. The speed of light acts as a multiplier parameter for the electrostatic force and as a dividing parameter for the magnetostatic force. It is shown that the permeability and permittivity of vacuum are compound constants: $\mu_0 = K_{MKS-A}/c$ and $1/\varepsilon_0 = K_{MKS-A}.c$ and that the value of the vacuum impedance $Z_0 = K_{MKS-A}$ depends only on the construction of the unit system.

The physical interpretation of these results and their implications are particularly interesting perspectives.

keywords: permeability, permittivity, speed of light, CGS system

RÉSUMÉ : L'incohérence des lois initiales de l'électromagnétisme a inspiré Maxwell, mais elle n'a jamais été résolue puisqu'elle a été contournée par l'utilisation de constantes lors de la création du SI. L'objectif de cette étude théorique est de résoudre l'incohérence pour combler cette lacune de l'électromagnétisme.

Une analyse cartésienne a été utilisée. Après un résumé historique qui rappelle comment l'incohérence a été contournée sans être résolue, il est montré que la non prise en compte de la vitesse de la lumière, dans les lois initiales, est la cause de sa présence dans les "mesures" déduites des expressions de ces lois. Cet "enkystement" est à l'origine de l'incohérence entre les anciens systèmes de mesure CGS UEM et CGS UES. On élimine alors mathématiquement l'incompatibilité de ces systèmes en identifiant cette présence inappropriée et en la supprimant.

Il résulte que la vitesse de la lumière agit dans l'intensité des phénomènes : La vitesse de la lumière intervient comme paramètre multiplicateur dans la force électrostatique et comme paramètre diviseur dans la force magnétostatique. Il est démontré que la perméabilité et la permittivité du vide sont des constantes composées : $\mu_0 = K_{MKS-A}/c$ et $1/\varepsilon_0 = K_{MKS-A}.c$ et que la valeur de l'impédance du vide $Z_0 = K_{MKS-A}$ dépend uniquement de la construction du système d'unités.

Ces résultats n'ont jamais été établis, leur interprétation physique et leurs implications, sont des perspectives particulièrement intéressantes.

Mots clés : perméabilité, permittivité, vitesse de la lumière, système CGS

1. INTRODUCTION

1.1. Traitement historique de l'incohérence

L'incohérence entre les expressions initiales de la force magnétostatique d'Ampère et la force électrostatique de Coulomb, a conduit les physiciens du XIX^{e} siècle et du début du XX^{e} à élaborer plusieurs systèmes d'unités électriques (UES, UEM, unités de Gauss etc.). Le système international fut établi et contourna le problème par l'utilisation de constantes [1],[2]. Cette incohérence concernait la vitesse de la lumière. Giovani Giorgi, initiateur du SI utilisa deux constantes pour adapter les lois initiales aux unités MKSA. Cette harmonisation a permis de contourner le problème. Enfin, la rationalisation proposée par Oliver Heaviside a introduit un facteur 4π et conduit aux expressions SI actuelles où les deux constantes de Giorgi ont été remplacées par les deux nouvelles constantes rationnalisées : La perméabilité magnétique du vide μ_0 et la permittivité électrique du vide ε_0. La complexité du problème explique pourquoi cette incohérence a été contournée plutôt que résolue. Avant d'étudier ce sujet en détail, on examine les conséquences actuelles de cette incohérence non résolue et contournée.

1.2. Conséquences actuelles de l'incohérence non résolue

La perméabilité magnétique du vide μ_0 et la permittivité électrique du vide ε_0 sont les constantes SI liées à la vitesse de la lumière par la relation suivante :

$$\mu_0.\varepsilon_0 = \frac{1}{c^2} \tag{1}$$

Nous ne sommes toujours pas capables de donner le détail de la répartition de la vitesse de la lumière dans chacune des deux constantes car l'incohérence initiale n'a jamais été résolue. Nous sommes habitués à cette incertitude, cependant, la méconnaissance de cette répartition ne doit pas être admise comme une fatalité. En effet, cette méconnaissance vient d'un problème encore à résoudre, on peut donc déjà envisager rigoureusement les possibilités de solutions. L'équation (1) implique d'une façon exhaustive les possibilités suivantes :

$$\mu_0 = K.\, c^{n-2} \qquad \text{et} \qquad \varepsilon_0 = \frac{1}{K}.\, c^{-n} \qquad n \in \mathbb{Z}$$

$n \in \mathbb{Z}$ car la célérité est une constante physique avec des unités. Plus vraisemblablement on peut avoir $n \in [0; 2]$

La permittivité électrique et la perméabilité magnétique du vide sont les constantes SI des forces électrostatique et électromagnétique :

$$F_C = \frac{1}{\varepsilon_0}.\frac{Q.Q\prime}{4\pi r^2} \qquad \frac{F_A}{L} = \mu_0.\frac{I.\, I\prime}{2\pi r}$$

La vitesse de la lumière est donc obligatoirement impliquée dans au moins l'une de ces forces, mais elle n'est pas exprimée explicitement.

1.3. Réactivation d'un ancien problème

La conséquence logique de cette incohérence non résolue a motivé cette étude. En effet, on constate que le rôle physique de la vitesse de la lumière dans ces forces n'est toujours pas compris puisqu'il n'est même pas identifié alors qu'il est invisiblement pris en compte à travers la permittivité et la perméabilité du vide. Cette question était connue des physiciens jusqu'au milieu du XX^{e} siècle, puisque les systèmes de mesures électriques issues de ces deux forces étaient incompatibles : les mesures électriques étaient effectuées avec des unités mécaniques CGS (centimètre, gramme et seconde) mais il existait un rapport en vitesse lumière entre les unités des deux systèmes. En 1945, "Le journal de Physique et le Radium" publia une tentative de résoudre le problème en utilisant l'analyse dimensionnelle [3], mais basée sur une assertion non justifiée et erronée, elle n'eut pas de suite. Ce problème n'a pas été résolu dans le passé, il a engendré plusieurs systèmes d'unités électriques puis il a été finalement contourné au XX^{e} siècle après le lent processus de gestation du SI qui s'est étalé de 1901 à 1948.

Cette étude réactive ce vieux problème, très complexe, non résolu, contourné puis oublié.

1.4. Démarche scientifique

Toutes les données nécessaires à l'analyse existent depuis l'avènement du SI. Le nombre réduit et surtout l'ancienneté des références bibliographiques, sont dus au sujet lui-même puisqu'il s'agit de la réactivation d'un ancien problème. Le problème est traité de façon théorique, sa résolution demande une analyse approfondie pour obtenir une vision claire. La complexité de la solution nécessite une décomposition en plusieurs parties de difficultés moindres (méthode cartésienne) que l'on énumère ici :

1. Un résumé historique qui commence par l'observation initiale de l'incohérence et rappelle les décisions qui ont conduit aux expressions SI avec l'utilisation de la permittivité et de la perméabilité du vide. Ce résumé montre que l'incohérence n'a pas été résolue mais contournée.

2. Mise en évidence d'une lacune qui concerne la vitesse de la lumière dans les expressions initiales des forces d'Ampère et Coulomb. Cette lacune entraine la présence de la célérité dans les "mesures" déduites des expressions de ces lois ("enkystement"). Puis la reprise de la chronologie historique avec utilisation d'une inconnue dans chacune des forces pour compenser cette lacune, donnant ainsi la forme des expressions attendues à chaque étape.

3. L'analyse des deux anciens systèmes de mesures UES et UEM. Ceci permet d'identifier "l'enkystement" non justifié, de la vitesse de la lumière dans les expressions mécaniques de l'ohm dans ces deux systèmes.

4. La déduction des deux inconnues par suppression de "l'enkystement" et par conséquences, la déduction des expressions complètes des forces et des deux constantes électromagnétiques.

5. Une évaluation de la validité des conclusions et une réflexion sur les implications et les perspectives.

2. RÉSUMÉ HISTORIQUE SIMPLIFIÉ

La connaissance de ce résumé historique [1] [2] est indispensable à l'analyse ultérieure qui utilisera, point par point, les étapes de cette chronologie.

2.1. L'incohérence entre les lois de Coulomb et Ampère

En 1856, Wilhelm Weber et Rudolph Kohlrausch, communiquaient sur une observation. Le rapport entre la mesure d'une charge électrique à partir de la force électrostatique de Coulomb (système UES) et sa mesure à partir de la force électromagnétique d'Ampère (système UEM) était égal à la vitesse de la lumière :

Force électrostatique (formulation de l'époque) :

$$F_C = \frac{Q.Q\prime}{r^2} \quad \text{Sans le facteur } K_C = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \text{ du système SI} \tag{2}$$

Les charges Q et Q sont séparées d'une distance r.

Force électromagnétique (formulation de l'époque) :

$$\frac{F_A}{L} = 2.\frac{I.\,I\prime}{r} \quad \text{Sans le facteur } K_A = \frac{\mu_0}{4\pi} \text{ du système SI} \tag{3}$$

F_A/L est la force par unité de longueur s'exerçant sur les conducteurs rectilignes, parallèles et infinis séparés d'une distance r. I et I' sont les courants circulant dans les deux conducteurs.

Nos unités électriques n'existaient pas encore, les charges ou les courants étaient exprimés avec les unités millimètres, milligrammes et secondes à partir des mesures mécaniques (mesures qualifiées d'absolues par opposition aux mesures relatives [4]). Cependant les mesures étaient incohérentes entre le système électrostatique (UES) et le système électromagnétique (UEM). En effet avec la force de Coulomb, la charge électrique avait la dimension suivante :

$$[Q_{UES}] = \left[\sqrt{F_C}.r\right] = M^{\frac{1}{2}}.L^{\frac{3}{2}}.T^{-1}$$

Avec la force électromagnétique d'Ampère, le courant avait la dimension suivante :

$$[I_{UEM}] = \left[\sqrt{\frac{F_A.r}{2.L}}.\right] = M^{\frac{1}{2}}.L^{\frac{1}{2}}.T^{-1}$$

Soit pour la charge :

$$[Q_{UEM}] = M^{\frac{1}{2}}.L^{\frac{1}{2}}$$

Le rapport des dimensions des charges est une vitesse, les systèmes de mesure n'étaient pas cohérents. Mais de façon très intéressante, pour une même charge, Weber et Kohlrausch obtenaient un rapport qui était égal à la vitesse de la lumière (mesurée sept ans plus tôt) :

$$\frac{Q_{ESU}}{Q_{EMU}} = c \tag{4}$$

Ce rapport et la découverte de l'effet magnéto-optique par Faraday onze ans plus tôt permirent à Maxwell de comprendre le lien entre l'électromagnétisme et la lumière. Il synthétisa l'électromagnétisme et démontra la propagation des ondes électromagnétiques, cependant, l'incohérence entre les expressions initiales des forces ne fut pas résolue.

2.2. Les systèmes de mesures CGS-UEM et CGS-UES

Sans l'incohérence initiale, il n'y aurait eu qu'un seul système de mesures. À partir de 1862, la BAAS (British Association for the Advancement of Science) reprend l'utilisation de ces deux systèmes de mesures pour les grandeurs électriques mais cette fois en unités CGS (centimètre, gramme et seconde) :

1. Le système CGS-UEM qui était principalement utilisé. Il était basé sur la force électromagnétique (UEM = Unités électromagnétiques).
2. Le système CGS-UES était peu utilisé. Il était basé sur la force électrostatique (UES = Unités électrostatiques).

Aucun sens physique ne pouvait s'interpréter dans les combinaisons d'unités mécaniques des grandeurs électriques, elles contenaient des racines de masse et de longueur et avec leur rapport en vitesse lumière, les deux systèmes étaient toujours incompatibles.

2.3. Le système d'unités pratiques basé sur le CGS-UEM

Un système d'unités pratiques (volt, ohm etc), proches des besoins des ingénieurs fut progressivement mis en place à partir de 1874 par la BAAS [5]. Les unités de ce système pratique correspondent à des multiples décimaux des unités du système CGS-UEM parce que c'était le système le plus utilisé. On donne ci-après les deux unités initialement définies et la première qui en découle :

- 1 V $\rightarrow$ 10^8 g$^{\frac{1}{2}}$ cm$^{\frac{3}{2}}$ s^{-2}, ce qui était proche de la tension de la pile Daniell ($\sim 1,1$ V) utilisée comme référence dans la télégraphie et l'industrie.
- 1 Ω $\rightarrow$ 10^9 cm s^{-1}, ce qui était proche de l'étalon de résistance de l'industriel Werner Siemens ($\sim 0,9536\ \Omega$).
- 1 A $\rightarrow 10^{-1}$ g$^{\frac{1}{2}}$ cm$^{\frac{1}{2}}$ s^{-1}, conséquence des choix précédents.

La force électromagnétique, à la base du système CGS-UEM, s'est donc imposée dans la définition des unités électriques mais le problème à l'origine de l'incohérence avec le système UES n'a pas été résolu.

2.4. Le MKSA de Giorgi

En 1901, Giovanni Giorgi proposa d'utiliser les unités MKS (mètre, kilogramme, seconde) comme unités fondamentales de la mécanique, il proposa également d'utiliser une unité fondamentale de l'électricité. L'objectif étant de conserver les unités pratiques définies dans le système UEM, l'unité fondamentale de l'électricité devait donc rester basée sur la force électromagnétique. L'ampère fut choisi parce que la première grandeur électrique qui découle de cette force est l'intensité. Sa définition initiale par la BAAS ($1\ \mathrm{A}^2 \rightarrow 10^{-2}$ g cm $\mathrm{s}^{-2} = 10^{-7}$ kg m s^{-2}) donnait la valeur de référence de la force électromagnétique ($2\ 10^{-7}$ kg m s^{-2} pour $L = r = 1$ m). Il fallait adapter l'expression de cette force à cette unité par l'utilisation d'une constante K_A.

$$\frac{F_A}{L} = 2.K_A.\frac{I.\,I\prime}{r}$$

La constante K_A devait avoir la valeur qui pour un ampère dans les deux conducteurs et ces longueurs, correspondait à cette force, ce qui donnait : $K_A = 10^{-7}$ kg m s^{-2} A^{-2}.

Il fallait également adapter la force de Coulomb par l'utilisation d'une constante K_C:

$$F_C = K_C.\frac{Q.Q\prime}{r^2}$$

Le coulomb était lui aussi défini dans le système UEM (par la force d'Ampère). Giorgi avait donc proposé l'utilisation du rapport (en vitesse lumière) pour adapter l'expression de la force de Coulomb à cette unité. Ainsi les constantes K_C et K_A devaient respecter le rapport en vitesse lumière (4) des charges UES et UEM (au carré, compte tenu du produit des charges ou des courants) :

$$\frac{K_C}{K_A} = \left(\frac{Q_{ESU}}{Q_{EMU}}\right)^2 = c^2 \qquad \Rightarrow \qquad K_C = K_A.c^2$$

Le problème, non résolu, de l'incohérence initiale fut contourné par l'utilisation de ces constantes.

2.5. La rationalisation

Avant que le nouveau système soit adopté, Oliver Heaviside proposa d'utiliser deux nouvelles constantes, μ_0 et ε_0, ainsi qu'un facteur 4π à la place de K_A et K_C.

$$\mu_0 = 4\pi\ K_A \qquad \text{et} \qquad \frac{1}{\varepsilon_0} = 4\pi\ K_C$$

Cette "rationalisation" permettait une simplification de l'écriture des équations de Maxwell où ce facteur 4π qui était inutilement présent (Heaviside le nommait "l'excroissance" [6]), disparaissait [7] [8].

Voir en annexe A : Les concepts de perméabilité et permittivité, du vide.

En contrepartie de sa disparition dans les équations de Maxwell, le facteur 4π apparaissait dans certaines formules électriques (lois de Coulomb, lois de Biot et Savart ...) où il prenait de façon justifiée, le sens physique d'angle solide de tout l'espace [9]. Cela donne les expressions actuelles SI, des forces d'Ampère et Coulomb :

$$\frac{F_A}{L} = 2.\frac{\mu_0}{4\pi}.\frac{I.\,I\prime}{r} \qquad K_A = \frac{\mu_0}{4\pi}$$

$$F_C = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}.\frac{Q.Q\prime}{r^2} \qquad K_C = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$$

Cette rationalisation ne changeait rien au système d'unités MKSA de Giorgi mais conduisait à de nouvelles expressions. Compte tenu du lien entre les facteurs K_C et K_A remplacés, on obtient en conformité avec l'équation d'onde de d'Alembert et les équations de Maxwell rationalisées par Heaviside :

$$\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = \frac{\mu_0}{4\pi}.c^2 \qquad \Rightarrow \qquad \mu_0.\varepsilon_0 = \frac{1}{c^2}$$

Le problème de l'incohérence initiale est depuis occulté à la fois par l'adaptation aux unités MKSA qui l'a contourné et par la rationalisation. Ce problème devenu invisible n'a donc jamais été résolu.

3. MISE EN ÉVIDENCE D'UNE LACUNE. COMPENSATION DE CETTE LACUNE PAR L'UTILISATION D'INCONNUES

A la fin du XVIII^{e} siècle et au début du XIX^{e} siècle, les expressions des forces de Coulomb et d'Ampère furent établies à partir de grandeurs observables (forces, longueurs, charges et intensité). La vitesse de la lumière, mesurée en 1849 par Hippolyte Fizeau, ne pouvait donc pas faire partie de cette catégorie à cette époque et ne fut jamais intégrée par la suite comme telle.

3.1. Mise en évidence d'une lacune

3.1.1. Une incohérence où la vitesse de la lumière apparaît

Les systèmes de mesures UEM et UES sont basés sur les expressions initiales des forces électrostatique et électromagnétique :

$$F_C = \frac{Q.Q\prime}{r^2} \qquad \frac{F_A}{L} = \frac{I.\,I\prime}{r}$$

Contrairement aux expressions SI où elle est invisiblement prise en compte à travers la perméabilité et la permittivité du vide, la vitesse de la lumière ne l'était pas dans les formes initiales qui servirent à établir les deux systèmes CGS. La vitesse de la lumière apparaissait dans le rapport des mesures, créant une incohérence dont il faut comprendre les mécanismes.

3.1.2. Conséquence de la non prise en compte de la vitesse de la lumière

On regarde les conséquences de la non prise en compte d'une constante nécessaire dans une expression avec un exemple : Supposons que l'on veuille calculer la masse m d'un objet dans l'espace, situé à une distance d du centre de la terre (de masse M_T), à partir de la force gravitationnelle F. on utiliserait l'expression de cette force :

$$F = G.\frac{m.M_T}{d^2} \qquad \Rightarrow \qquad m = \frac{F.d^2}{G.M_T}$$

Si la constante gravitationnelle G n'est pas prise en compte dans l'expression de la force gravitationnelle, le résultat de m sera G fois trop grand, valeur et unités incluses. La constante gravitationnelle sera ainsi "enkystée" dans le résultat de m qui n'aura ni la bonne valeur ni la bonne dimension.

Pour la même raison, la vitesse de la lumière était "enkystée" dans les résultats des systèmes UEM et UES, le rapport entre les deux nous permet de conclure que cette lacune existe, cependant cette unique information est insuffisante pour préciser si le problème se pose dans les deux expressions ou une seule.

3.2. Compensation par l'utilisation d'inconnues

On cherche les formes des expressions que l'on aurait eues si la vitesse de la lumière avait été correctement intégrée dans ces lois.

Méthode : On considèrera que les deux forces sont potentiellement incomplètes en utilisant deux inconnues, CF_A pour la force d'Ampère et CF_C pour la force de Coulomb, ce qui nous permettra d'étudier cette question sans préjuger du résultat.

On reprend la chronologie historique :

3.2.1. Expressions initiales attendues

Si au XIX^{e} siècle, les expressions des forces d'Ampère et Coulomb avaient rendu compte correctement du phénomène physique qui fait intervenir la vitesse de la lumière, on aurait eu les expressions initiales suivantes :

Expressions initiales attendues

$$\frac{F_A}{L} = 2.CF_A\,.\frac{I.\,I\prime}{r} \qquad (5)$$

$$F_C = CF_C\,.\frac{Q.Q\prime}{r^2} \qquad (6)$$

Rappel : il n'est pas préjugé si la vitesse de la lumière c intervient dans CF_A, CF_C ou les deux.

À cette époque, les courants et les charges auraient encore été exprimés en unités mécaniques à partir des expressions des forces. Cependant, la vitesse de la lumière n'aurait pas été "enkystée" dans les résultats.

Conséquence: Il n'y aurait eu qu'un seul système de mesures électriques à unités mécaniques que l'on va qualifier de "système unifié".

Un système de mesures électriques à unités mécaniques n'existe que par omission. Il n'existe que si la constante d'adaptation aux unités respectives des domaines électrique et mécanique n'est pas utilisée. "*C'est en fait cette constante qui nous permet de faire la séparation dimensionnelle par rapport aux grandeurs mécaniques*" écrivait Ake Thulin en 1966 [10], (il parlait ici de μ_0 puisqu'il était question du SI rationalisé et que les unités pratiques sont définies par rapport au système UEM). Sans une telle constante les grandeurs électriques possèdent des dimensions mécaniques qui n'ont aucune signification physique. Les systèmes UES et UEM ajoutaient une deuxième omission : la vitesse de la lumière. Il y avait une constante d'adaptation pour chaque système (K_A et K_C). Effectivement, la lumière n'intervient pas de la même façon dans les deux systèmes puisqu'ils sont incohérents.
Le système unifié est celui qui relève des expressions 5 et 6 :

- C'est un système de mesures électriques à unités mécaniques parce qu'il n'a pas de constante d'adaptation aux unités.
- C'est un système unifié parce qu'il tient compte de la vitesse de la lumière c.

3.2.2. Expressions MKSA de Giorgi attendues

Giorgi aurait adapté les expressions des deux forces aux unités MKSA, sans avoir besoin d'utiliser le rapport c^2. Il aurait donc fait intervenir une unique constante de dimensionnement K_{AC}, commune aux deux forces, au lieu d'utiliser K_A et K_C :

$$K_{Coulomb} = K_{Ampere}\,(K_{AC}) \text{ au lieu de } K_C = K_A.c^2$$

Les expressions MKSA de Giorgi auraient eu les formes suivantes :

$$\frac{F_A}{L} = K_{AC}\,.\,2.CF_A\,.\frac{I.\,I\prime}{r} \qquad (7)$$

$$F_C = K_{AC}\,.CF_C\,.\frac{Q.Q\prime}{r^2} \qquad (8)$$

3.2.3. Expressions MKSA rationalisées attendues

La rationalisation du système avec le facteur 4π aurait donné une unique constante :

$$K_{MKS-A} = 4\pi\ K_{AC}$$

$$\text{au lieu de} \qquad \mu_0 = 4\pi\ K_A \quad \text{et} \quad \frac{1}{\varepsilon_0} = 4\pi\ K_C$$

On aurait obtenu le même système rationalisé SI mais avec des formulations différentes pour les deux forces :

$$\frac{F_A}{L} = K_{MKS-A} \,.\, CF_A \,.\, \frac{I.\,I\prime}{2\pi.r} \tag{9}$$

$$F_C = K_{MKS-A} \,.\, CF_C \,.\, \frac{Q.Q\prime}{4\pi.r^2} \tag{10}$$

La constante K_{MKS-A} est la constante de rationalisation et d'adaptation aux unités MKSA des expressions complètes (rationalisées et tenant compte de la vitesse de la lumière).

3.2.4. Conséquences : relations attendues

Puisqu'il s'agit du même système d'unités, rationalisé, les formulations sont équivalentes à celles du SI. La constante K_{MKS-A} est actuellement invisible, car elle est intégrée dans la perméabilité et la permittivité du vide :

$$\mu_0 = K_{MKS-A} \,.\, CF_A \tag{11}$$

$$\frac{1}{\varepsilon_0} = K_{MKS-A} \,.\, CF_C \tag{12}$$

Il se déduit les relations suivantes :

$$\sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} = K_{MKS-A} \,.\, \sqrt{CF_A.CF_C} \tag{13}$$

$$\frac{1}{\mu_0.\varepsilon_0} = \frac{CF_C}{CF_A} = c^2 \tag{14}$$

On ne peut pas déterminer directement ces trois constantes mais on peut analyser les deux anciens systèmes UEM et UES pour déterminer si la vitesse de lumière est "enkystée" dans un seul ou dans les deux. Une fois que "l'enkystement" de la vitesse de lumière sera apparent, on pourra déduire les constantes CF_A et CF_C qui doivent faire converger ces systèmes vers le système unifié (3.2.1).

4. ANALYSE DES DEUX ANCIENS SYSTÈMES DE MESURES

Notation : Les acronymes UEM et UES sous-entendant dans la littérature scientifique les unités CGS, on utilise pour éviter les ambiguïtés, les abréviations MAG et STAT pour désigner les systèmes de mesure électromagnétique et électrostatique, avec les unités mécaniques MKS.

4.1. Tableau dimensionnel des systèmes MAG et STAT (UEM et UES)

Grandeurs	STAT	MAG
I	$M^{\frac{1}{2}}.L^{\frac{3}{2}}.T^{-2}$	$M^{\frac{1}{2}}.L^{\frac{1}{2}}.T^{-1}$
U	$M^{\frac{1}{2}}.L^{\frac{1}{2}}.T^{-1}$	$M^{\frac{1}{2}}.L^{\frac{3}{2}}.T^{-2}$
P	$M.L^2.T^{-3}$	$M.L^2.T^{-3}$
R	$L^{-1}.T$	$L.T^{-1}$
Q	$M^{\frac{1}{2}}.L^{\frac{3}{2}}.T^{-1}$	$M^{\frac{1}{2}}.L^{\frac{1}{2}}$

Tableau 1 : dimensions des systèmes STAT et MAG [1]

Constats : La puissance est la seule à être cohérente, d'autre part on a :

- $[I_{STAT}] = [U_{MAG}]$
- $[U_{STAT}] = [I_{MAG}]$
- $[R_{STAT}] = 1/[R_{MAG}]$

On remarque qu'une vitesse apparait de façon contradictoire entre les deux systèmes :

$$\text{Systeme électromagnétique :} \quad [I_{MAG}] = \left[\frac{U_{MAG}}{\text{vitesse}}\right]$$

$$\text{Systeme électrostatique :} \quad [I_{STAT}] = [\text{vitesse} \,.\, U_{STAT}]$$

Cette inversion de la vitesse est représentative du sujet qui nous intéresse. La dimension de la résistance concerne directement la problématique puisqu'elle est celle d'une vitesse en MAG et de l'inverse d'une vitesse en STAT. Il faut désormais disposer des valeurs des unités électriques pratiques dans les deux systèmes, on va établir celles qui nous serons utiles en MKS.

4.2. L'ampère et l'ohm dans le système MAG

Les définitions initiales de l'ohm et de l'ampère en unités UEM CGS, permettent de les établir en unités MAG MKS (en passant par le carré pour l'ampère).

Unités SI	CGS UEM (def)	Valeurs MAG MKS
1 A	$10^{-1}\ g^{\frac{1}{2}}\ cm^{\frac{1}{2}}\ s^{-1}$	$\sqrt{10}\ 10^{-4}\ kg^{\frac{1}{2}}\ m^{\frac{1}{2}}\ s^{-1}$
1 Ω	10^9 cm s^{-1}	10^7 m s^{-1}

Tableau 2 : Valeurs de l'ampère et de l'ohm dans le système MAG

4.3. Le coulomb et l'ohm dans le système STAT MKS

Les unités pratiques ne sont pas issues d'une définition dans le système électrostatique mais on peut les établir. On calcule la force de Coulomb pour l'unité coulomb et une distance d'un mètre puis on applique la force obtenue à l'expression initiale.

$$F_C = \frac{1}{\varepsilon_0}.\frac{Q.Q\prime}{4\pi.r^2}$$

$$Q = Q\prime = 1\ \text{C}, \quad r = 1\ \text{m},$$

$$\varepsilon_0 = 8,854187\ 10^{-12}\ \text{N m}^2\text{C}^{-2}$$

$$\Rightarrow \quad F_C \sim 8,987\ 10^9\ \text{N} = 8,987\ 10^9\ \text{kg m s}^{-2}$$

Dans le système STAT (expression initiale) :

$$F_C = \frac{Q.Q\prime}{r^2} \quad \Rightarrow \quad 1\text{C}_{\text{STAT}} \sim 9,48\ 10^4\ \text{kg}^{\frac{1}{2}}\ \text{m}^{\frac{3}{2}}\ \text{s}^{-1}$$

On déduit les valeurs de l'ampère (1 C.s^{-1}), du volt (1 W.A^{-1} avec 1 W = 1 kg.m^2.s^{-3}), et de l'ohm (1 V.A^{-1}), ce qui donne pour l'ohm et le coulomb :

Unités SI	Valeurs STAT MKS
1 C	$9,48\ 10^4\ \text{kg}^{\frac{1}{2}}\ \text{m}^{\frac{3}{2}}\ \text{s}^{-1}$
1 Ω	$0,111\ 10^{-9}\ \text{m}^{-1}\ \text{s} \sim \frac{1}{9}.10^{-9}\ \text{m}^{-1}\ \text{s}$

Tableau 3 : Valeurs de l'ohm et du coulomb dans le système STAT

4.4. Constat sur les valeurs STAT et MAG de l'ohm

Unités SI	Valeurs STAT MKS	Valeurs MAG MKS
1 Ω	$\frac{1}{9}.10^{-9}\ \text{m}^{-1}\ \text{s}$	$10^7\ \text{m s}^{-1}$

Tableau 4 : Valeurs de l'ohm dans les systèmes STAT et MAG.

Ce tableau et l'approximation $c \sim 3.10^8$ m s^{-1} permettent d'écrire :

L'Ohm dans les systèmes STAT et MAG

$$1\ \Omega_{\text{STAT}} \sim \frac{1}{30\ c} \qquad \text{et} \qquad 1\ \Omega_{\text{MAG}} \sim \frac{c}{30}$$

Les expressions STAT MKS et MAG MKS de l'ohm nous apportent deux informations :

1. On constate dans le cadre de l'incohérence factuelle, la présence d'un facteur approximé $1/30$ dans les deux cas. Ce facteur est la conséquence du choix de l'ohm par la BAAS en 1874 à 10^9 unités CGS UEM soit 10^9 cm.s^{-1}.
2. On voit avec la vitesse de la lumière mise en évidence, qu'elle est "enkystée" dans les expressions STAT et MAG de l'ohm. Ceci permet de conclure que la vitesse de la lumière aurait dû être prise en compte dans les expressions des deux forces.

Conclusion

La vitesse de la lumière doit être prise en compte :

- Dans la constante CF_A de la force d'Ampère pour ne plus être enkystée dans les expressions des unités MAG.
- Dans la constante CF_C de la force de Coulomb pour ne plus être enkystée dans les expressions des unités STAT.

Après ces prises en compte, les unités magnétiques et électrostatiques seront identiques (système unifié).

5. PRISE EN COMPTE DE LA VITESSE DE LA LUMIÈRE

5.1. Détermination des constantes CF_A, CF_C et K_{MKS-A}

5.1.1. Mise en évidence de la vitesse de la lumière dans l'expression MAG de l'ampère

On dispose déjà de l'ampère dans le système MAG (tableau 2) mais il est difficile d'en détacher la vitesse de la lumière contrairement au cas de l'ohm. On va donc utiliser l'ohm dont l'enkystement de la vitesse de la lumière est désormais apparent :

$$1\ \Omega = 1\ \text{W A}^{-2} = 1\ \text{kg m}^2\ \text{s}^{-3}\ \text{A}^{-2}$$

$$\Rightarrow\ 1\ \text{A}^2 = \frac{1\ \text{kg m}^2\ \text{s}^{-3}}{1\ \Omega}$$

$$1\ \Omega_{\text{MAG}} \sim \frac{c}{30} \ \Rightarrow\ 1\ {\text{A}_{\text{MAG}}}^2 \sim \frac{30}{c}\ \text{kg m}^2\ \text{s}^{-3} \qquad (15)$$

L'enkystement de la vitesse de la lumière apparait maintenant pour l'ampère carré.

5.1.2. Détermination de la constante CF_A

Sans la constante CF_A (système MAG) on a :

$$\frac{F_A}{L} = 2.\frac{I.\,I\prime}{r} \qquad \Rightarrow \qquad \frac{r}{2L}.F_A = I.\,I\prime \qquad (16)$$

D'après cette dernière relation (16), l'expression MAG de l'ampère (15) correspond à des conditions de force et de longueurs telles que :

$$\frac{r}{2L}.F_A = 1\ {\text{A}_{\text{MAG}}}^2 \sim \frac{30}{c}\ \text{kg m}^2\ \text{s}^{-3} \qquad (17)$$

Avec CF_A (expression (5) du système unifié) on a :

$$\frac{F_A}{L} = 2.CF_A \,.\frac{I.\,I\prime}{r} \quad \Rightarrow \quad \frac{r}{2L}.F_A \;=\; CF_A \,.I.\,I\prime$$

Ainsi, dans le système unifié, pour des courants de 1 ampère et dans les mêmes conditions de force et de longueurs que dans l'équation (17), on obtient :

$$CF_A \,.\, 1\ \mathrm{A_{uni}}^2 \sim \frac{30}{c}\ \mathrm{kg\ m^2\ s^{-3}}$$

La valeur 30 vient du choix historique de l'ohm. La constante CF_A doit éliminer l'enkystement de la vitesse de la lumière dans l'expression de l'ampère. On en déduit :

$$CF_A = \frac{1}{c} \tag{18}$$

On déduit également l'expression de l'ampère dans le système unifié :

$$1\ \mathrm{A_{uni}}^2 \;\sim\; 30\ \mathrm{kg\ m^2\ s^{-3}} \quad \Rightarrow \quad 1\ \mathrm{A_{uni}} \;\sim\; \sqrt{30}\ \mathrm{kg}^{\frac{1}{2}}\ \mathrm{m\ s}^{-\frac{3}{2}}$$

On rappelle que les dimensions d'un système de mesures électriques à unités mécaniques n'ont aucune signification physique. Si par curiosité, on s'intéresse quand même aux dimensions du système unifié, on trouve pour la tension et le courant des racines de puissance mécanique et une dimension "1" pour la résistance (un simple facteur de proportionnalité entre les deux précédents). Malgré le théorème de substitution [11], cette égalité des dimensions du courant et de la tension paraîtrait totalement contrintuitive si on attribuait une signification à ces dimensions. Ceci explique sans doute pourquoi les physiciens du XIX^e siècle n'ont pas résolu ce problème : à juste titre les dimensions du courant et de la tension ne pouvaient pas être les mêmes mais ils cherchaient une expression mécanique de l'électricité, ils ne pouvaient donc pas concevoir ces résultats. A propos de cette recherche infructueuse, Arnold Sommerfeld disait en 1935 : "*Le système absolu (des trois unités mécaniques) pouvait être considéré comme incontournable, tant qu'on pouvait espérer déduire l'électricité de la mécanique. Ce temps est révolu.*" [2]

5.1.3. Déduction de la constante CF_C

On peut refaire le même raisonnement pour déterminer CF_C, mais il est plus simple d'utiliser la relation (14), qui aboutit au même résultat :

$$\frac{CF_C}{CF_A} = c^2 \qquad \Rightarrow \qquad CF_C = c^2.CF_A$$

$$CF_C = c \tag{19}$$

5.1.4. Identification de K_{MKS-A}

On rappelle la relation (13):

$$\sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} = K_{MKS-A} \cdot \sqrt{CF_A.CF_C}$$

A partir des constantes CF_A et CF_C déterminées, on déduit :

$$K_{MKS-A} \;= \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} \sim 376,73\ \mathrm{kg\ m^2\ s^{-3}\ A^{-2}}$$

La constante d'adaptation aux unités MKSA et de rationalisation, correspond à l'impédance d'onde dans le vide.

5.2. Solutions des expressions attendues

Les expressions (11) et (12) de la permittivité électrique et de la perméabilité magnétique du vide (3.2.4) donnent les résultats suivants :

$$\mu_0 = K_{MKS-A} \cdot \frac{1}{c} \qquad \frac{1}{\varepsilon_0} = K_{MKS-A} \cdot c \tag{20}$$

Il apparaît maintenant que la perméabilité et la permittivité du vide dépendent de la vitesse de la lumière. Ces deux constantes ne sont pas des caractéristiques magnétique et électrique du vide, elles expriment la façon dont la célérité agit dans chacun de ces phénomènes et tiennent compte de la définition des unités. Les termes permittivité et perméabilité n'ont de significations que dans les milieux autres que le vide, pour les valeurs relatives ε_r et μ_r.

Les expressions des deux forces se déduisent :

$$\frac{F_A}{L} = K_{MKS-A} \cdot \frac{1}{c} \cdot \frac{I.\,I\prime}{2\pi.r} \tag{21}$$

$$F_C = K_{MKS-A} \cdot c \cdot \frac{Q.Q\prime}{4\pi.r^2} \tag{22}$$

On voit que la vitesse de la lumière est un paramètre diviseur dans la force magnétique et un paramètre multiplicateur dans la force électrostatique.

5.3. Expression indépendante de K_{MKS-A}

La permittivité et la perméabilité du vide sont des combinaisons de la vitesse de la lumière et de la constante K_{MKS-A}. Par conséquent, on ne peut plus exprimer cette dernièreà partir des précédentes, il faut établir une expression indépendante. La définition initiale de l'ampère à partir d'une force électromagnétique de $2\,.10^{-7}$N avec $L = r = 1$m, nous permet d'exprimer K_{MKS-A}:

$$2\,.10^{-7}\ \mathrm{N} = K_{MKS-A} \cdot \frac{1}{c} \cdot \frac{1\ \mathrm{A}^2}{2\pi}$$

Ce qui donne le résultat suivant :

$$K_{MKS-A} = 4\pi \,.\, c \,.\, 10^{-7} \text{ N A}^{-2}$$

Faute d'avoir été pris en compte dans l'expression initiale de la force électromagnétique à partir de laquelle ont été définies les unités UEM, le facteur 4π, la vitesse de la lumière c, et le coefficient $K_A = 10^{-7}$ N A^{-2} constituent la constante qui fait la rationalisation et l'adaptation aux unités SI, de l'expression complète.

$$K_{MKS-A} = 4\pi.\underline{c}.10^{-7} \text{ kg m}^2 \text{ s}^{-3} \text{ A}^{-2}$$

Où $\underline{c}$ représente la valeur numérique MKS de la vitesse de la lumière dans le vide.

La constante K_{MKS-A} apparait dans cette analyse comme une constante d'adaptation des expressions des forces aux unités SI, comme Giorgi avait initialement conçu les constantes K_A et K_C. Elle s'applique aux expressions rationalisées prenant en compte la vitesse de la lumière qui fait converger les systèmes MAG et STAT vers un seul. Cet aspect n'est donc que celui de l'adaptation au SI des expressions complètes, mais sa signification physique, indépendante d'un système d'unités, est plus complexe. En effet, cette constante correspond aussi, à l'impédance d'onde dans le vide.

6. CONCLUSIONS, ÉVALUATION, PERSPECTIVES

Conclusions :

Cette analyse a permis d'identifier la façon dont la vitesse de la lumière doit être prise en compte dans les expressions des forces d'Ampère et Coulomb. Le rôle physique de la vitesse de la lumière dans l'intensité des champs n'est désormais plus occulté par la permittivité et la perméabilité du vide. Ces constantes n'expriment pas les caractéristiques électrique et magnétique du vide mais correspondent à une action de la vitesse de la lumière dans chacun de ces phénomènes. La vitesse de la lumière n'impose pas seulement le retard dans la propagation des potentiels (Liénard-Wiechert), mais elle agit aussi dans l'intensité des champs. D'après les expressions obtenues de la permittivité et de la perméabilité du vide, la vitesse de la lumière est un paramètre qui agit en multiplicateur dans le champ électrique et en diviseur dans le champ magnétique. Il s'agit d'un résultat inédit puisque la prise en compte des temps retardés ne fait pas de la vitesse de la lumière une grandeur jouant un rôle dans l'intensité des phénomènes, comme la vitesse dans une quantité de mouvement par exemple.

Evaluation des conclusions :

Concernant la permittivité et la perméabilité du vide, la conclusion précédente est qu'elles ne représentent pas des caractéristiques du vide. Il s'agit d'une conclusion qui est conforme à l'origine de ces concepts qui est rappelée en annexe ("Les concepts de perméabilité et permittivité, du vide") où on peut vérifier qu'elles ne sont que des artifices qui compensent l'incohérence initiale et adaptent les expressions aux systèmes d'unités. C'est exactement ce rôle que montrent leurs expressions respectives. (20).

Concernant la vitesse de la lumière qui agit en multiplicateur dans la force électrique et en diviseur dans la force magnétique, on peut vérifier facilement que l'intensité de ces deux forces correspond à cette influence de la vitesse de la lumière. En effet, pour des longueurs systématiquement égales à un mètre, la force d'Ampère est dérisoire pour des courants d'un ampère ($2\ 10^{-7}$ N) et la force de Coulomb est gigantesque pour des charges d'un coulomb ($\sim\ 9\ 10^9$ N).

Perspectives :

L'impédance d'onde dans le vide exprime le rapport entre les amplitudes E et H des champs d'une onde électromagnétique dans le vide, son rôle dans les lois statiques de l'électromagnétisme soulève donc une intéressante question à approfondir.

Les actions physiques que la vitesse de la lumière représente dans les deux cas sont encore à expliquer puisque ce travail strictement analytique ne donne aucune indication sur cette question. Cependant, les expressions auxquelles ces actions conduisent sont maintenant définies, ce qui donne les pistes de réflexion sur une nouvelle façon d'appréhender ces lois de base de l'électromagnétisme. Il semble désormais nécessaire de prendre en compte la propagation de l'action entre charges dans la formulation des forces d'interaction. On ne peut plus les aborder comme de simples actions à distance matérialisées par des champs. On a vu que la vitesse de la lumière agit en multiplicateur dans la force électrique et en diviseur dans la force magnétique. Le processus qui aboutit à la présence d'un champ électrique et le processus qui aboutit à la présence d'un champ magnétique, sont donc à établir en tenant compte de ce constat.

ANNEXES

A. Les concepts de perméabilité et permittivité du vide

A.1. Perméabilité magnétique

Dans un milieu de perméabilité magnétique μ, la force magnétique NON RATIONNALISÉE s'exprime ainsi :

$$\frac{F_A}{L} = \mu.2\frac{I.\,I\prime}{r} \quad \text{avec} \quad \mu = \mu_r.\mu_0$$

La perméabilité magnétique du vide μ_0 sert de référence pour les autres milieux. Elle était initialement égale à 1 dans le système CGS UEM (voir expression initiale (3) de F_A dans le vide). La perméabilité n'avait donc un sens que dans un milieu, mais dans le vide, sa valeur 1 dans le système UEM lui donnait la valeur $1/c^2$ dans le système UES à cause de l'incohérence. La perméabilité du vide a donc acquis une existence à cause de l'incohérence. L'adaptation aux unités MKSA et la rationalisation (Système SI) ont donné à la perméabilité du vide sa valeur actuelle :

$$\mu_0 = 4\pi\ 10^{-7} \text{ kg m s}^{-2} \text{ A}^{-2}$$

A.2. Permittivité électrique

Pour l'électrostatique, Heaviside inventa le terme permittivité [8]. La permittivité correspond à ce que Faraday appelait le "pouvoir spécifique pour l'induction électrostatique" que Maxwell notait avec la lettre K [12]. Dans un milieu de permittivité diélectrique ε, la force électrostatique NON RATIONNALISÉE s'exprime :

$$F_C = \frac{1}{\varepsilon}.\frac{Q.Q\prime}{r^2} \quad \text{avec} \quad \varepsilon = \varepsilon_r.\varepsilon_0$$

La permittivité diélectrique du vide ε_0 sert de référence pour les autres milieux. Elle était initialement égale à 1 dans le système CGS UES (Voir expression initiale (2) de F_C dans le vide). La permittivité n'avait donc un sens que dans un milieu, mais dans le vide, sa valeur 1 dans le système UES lui donnait la valeur $K = 1/c^2$ dans le système UEM à cause de l'incohérence. La permittivité du vide a donc acquis une existence à cause de l'incohérence. L'adaptation aux unités MKSA et la rationalisation (Système SI) lui a donné sa dénomination et sa valeur actuelle :

$$\varepsilon_0 = 8,854\,187\,82\ 10^{-12}\ \text{kg}^{-1}\ \text{m}^{-3}\ \text{s}^4\ \text{A}^2$$

A.3. Synthèse

Ces résultats sont résumés dans le tableau suivant :

systems	EMU	ESU	SI
μ_0	1	$1/c^2$	$4\pi\ 10^{-7}$ kg m s^{-2} A^{-2}
ε_0	$1/c^2$	1	$8,854...\ 10^{-12}$ kg^{-1} m^{-3} s^4 A^2

Tableau A-1 : Valeurs de la perméabilité et de la permittivité du vide dans les systèmes UEM, UES et SI. [9].

Contrairement à la perméabilité relative et la permittivité relative qui ont une signification physique dans les milieux, les concepts de perméabilité du vide et de permittivité du vide ne sont que des artifices qui compensent l'incohérence initiale et adaptent les expressions aux systèmes d'unités.

REFERENCES

[1] Borvon, G., *Histoire de l'electricite, de l'ambre a l'electron*. Paris: Vuibert, 2009.

[2] Blondel, C. and G. Borvon, "Les unites electriques et leur unification," Histoire de l'électricité et du magnetisme, 2008, https://ampere-archives.fr/histoire-electricite/parcours-historique/unites-electriques/unification.

[3] Villey, J., "Analyse dimensionnelle et systemes d'unites coherents," *Journal de Physique et le Radium*, Vol. 6, 1945, https://hal.science/jpa-00233896/document.

[4] Blavier, E. E., *Des grandeurs electriques et de leur mesure en unites absolues*. Paris: Dunod, 1881.

[5] Blondel, C. and G. Borvon, "Le coulomb, l'ampere, le volt, le watt, l'ohm," Histoire de l'électricité et du magnetisme, 2008, https://ampere-archives.fr/histoire-electricite/parcours-historique/unites-electriques/histoire.

[6] Heaviside, O., *Electrical papers VOL.I*. London: Macmillan and co, 1892.

[7] Fleury, P., "Coordination des unites mecaniques et electriques en un systeme pratique international : formules classiques ou rationalisees," *Journal de Physique et le Radium*, Vol. 9, 1948, https://hal.science/jpa-00234082/document.

[8] Darrigol, O., *Les equations de Maxwell de MacCullagh a Lorentz*. Paris: Belin, 2005.

[9] Bruhat, G., *Electricite, Cours de Physique Generale, 8eme edition revue par Georges GOUDET*. Paris: Masson & Cie, 1963.

[10] Thulin, A., "Oiml, 26eme bulletin de l'organisation internationale de metrologie," 1966," https://www.oiml.org/en/publications/bulletin/pdf/1966-bulletin-26.pdf.

[11] Blot, J., *Cours d'electronique lineaire*. Paris: Dunod Universite, 1993.

[12] Maxwell, J. C., *Traite d'electricite et de magnetisme. tomes I et II (traduction de la 2eme edition anglaise par G. Seligmann-Lui)*. Paris: Gauthier-Villars, 1885.

We are pleased to present this first issue of *« La physique revisitée »* which is part of the open science and citizen research framework. It is open science because all articles are intended for open access, and no profit motive or advertising will distort its operation; passion for science and volunteerism are the only rules. This is citizen research because all actors with skills in their field can participate, whether they have researcher status or not, there is no need to be affiliated with a research center since the quality and scientific contribution of their work are the only criteria. *« La physique revisitée »* was born from the need to circumvent the obstruction made by journals to the publication of articles whose authors are not affiliated with a research center that can pay the publication fees; in fact, publishers eliminate at source the articles of these authors without transmitting them to the reading committee. To illustrate the scale of this problem, let us recall that Albert Einstein, who worked at the patent office in 1905, would never have been published... Science cannot find its account in the drift of current functioning.

Each issue of *« La physique revisitée »* features a scientific article and an associated article on the history of physics, presented in French and English.

For this first issue, we present an article that solves an old problem of electromagnetism, abandoned then forgotten but whose lack of solution has left gaps in our current scientific knowledge. This is the inconsistency of the initial laws of electromagnetism which led to aberrant dimensions for electrical quantities, resistance for example had the dimension of a speed in the CGS EMU system in contradiction with that of the inverse of a speed in the CGS ESU system. This article shows how the SI circumvented this inconsistency without resolving it. The mathematical solution to this problem opens up interesting perspectives. We hope you enjoy reading.

Yves Blot
Director of publication



Texte de l'article scientifique en français *page 3*
Text of the scientific article in English *page 13*
Texte de l'article historique en français *page 24*
Text of the historical article in English *page 42*

LA PHYSIQUE REVISITÉE

Resolution of the inconsistency of the initial laws of electromagnetism, implications and perspectives

Jean-Marc Augustin ROUX[1]
[1]Unaffiliated (retired Professor Agrégé)

La physique revisitée, Numéro 1, pages 14-23
Publié le 03 09 2025
DOI : 10.5281/zenodo.17116208
Licence: CC BY 4.0 †

ABSTRACT: The inconsistency in the initial laws of electromagnetism inspired Maxwell, but it was not resolved because it was circumvented by the use of constants when creating the SI.The objective of this theoretical study is to resolve the inconsistency and fill this gap in electromagnetism.

Cartesian analysis was used. After a historical summary that recalls how the inconsistency was circumvented without being resolved, we observe that the failure to consider the speed of light in the initial laws is the cause of its presence in the "measurements" deduced from the expressions of these laws. This "encystment" is the origin of the inconsistency between the CGS EMU and CGS ESU measurement systems. The incompatibility of these systems is then mathematically eliminated by identifying this inappropriate presence and removing it.

It follows that the speed of light affects the intensity of the phenomena. The speed of light acts as a multiplier parameter for the electrostatic force and as a dividing parameter for the magnetostatic force. It is shown that the permeability and permittivity of vacuum are compound constants: $\mu_0 = K_{MKS-A}/c$ and $1/\varepsilon_0 = K_{MKS-A}.c$ and that the value of the vacuum impedance $Z_0 = K_{MKS-A}$ depends only on the construction of the unit system.

The physical interpretation of these results and their implications are particularly interesting perspectives.

keywords: permeability, permittivity, speed of light, CGS system

RÉSUMÉ : L'incohérence des lois initiales de l'électromagnétisme a inspiré Maxwell, mais elle n'a jamais été résolue puisqu'elle a été contournée par l'utilisation de constantes lors de la création du SI. L'objectif de cette étude théorique est de résoudre l'incohérence pour combler cette lacune de l'électromagnétisme.

Une analyse cartésienne a été utilisée. Après un résumé historique qui rappelle comment l'incohérence a été contournée sans être résolue, il est montré que la non prise en compte de la vitesse de la lumière, dans les lois initiales, est la cause de sa présence dans les "mesures" déduites des expressions de ces lois. Cet "enkystement" est à l'origine de l'incohérence entre les anciens systèmes de mesure CGS UEM et CGS UES. On élimine alors mathématiquement l'incompatibilité de ces systèmes en identifiant cette présence inappropriée et en la supprimant.

Il résulte que la vitesse de la lumière agit dans l'intensité des phénomènes : La vitesse de la lumière intervient comme paramètre multiplicateur dans la force électrostatique et comme paramètre diviseur dans la force magnétostatique. Il est démontré que la perméabilité et la permittivité du vide sont des constantes composées : $\mu_0 = K_{MKS-A}/c$ et $1/\varepsilon_0 = K_{MKS-A}.c$ et que la valeur de l'impédance du vide $Z_0 = K_{MKS-A}$ dépend uniquement de la construction du système d'unités.

Ces résultats n'ont jamais été établis, leur interprétation physique et leurs implications, sont des perspectives particulièrement intéressantes.

Lire cet article en Français : https://la-physique-revisitee.science/methode-analytique/

Mots clés : perméabilité, permittivité, vitesse de la lumière, système CGS

1. INTRODUCTION

1.1. Historical treatment of inconsistency

The inconsistency between the initial expressions of Ampère's magnetostatic force and Coulomb's electrostatic force led physicists in the 19th and early 20th centuries to develop several electrical unit systems (ESU, EMU, Gaussian units, and so on). The international system was then established and circumvented this problem using constants [1],[2]. This inconsistency is related to the speed of light. Giovani Giorgi, the initiator of SI, used two constants to adapt the initial laws to the MKSA units. This harmonization made it possible to circumvent the problem. Finally, the rationalization proposed by Oliver Heaviside introduced a 4π factor and led to the current SI expressions where Giorgi's two constants were replaced by two new rationalized constants: the vacuum magnetic permeability μ_0 and vacuum electrical permittivity ε_0. The complexity of the problem explains why this inconsistency was circumvented, rather than resolved. Before studying this subject in detail, we examine the current consequences of this unresolved and circumvented inconsistency.

1.2. Current consequences of the unresolved inconsistency

The vacuum magnetic permeability μ_0 and the vacuum electrical permittivity ε_0 are SI constants constants related to the speed of light by the following relationship:

$$\mu_0.\varepsilon_0 = \frac{1}{c^2} \tag{1}$$

We are still unable to provide details of the distribution of the speed of light in each of the two constants because the initial inconsistency has never been resolved. We are used to this uncertainty, however, the lack of knowledge of this distribution must not be accepted as inevitable. Indeed, this lack of knowledge comes from a problem that has yet to be resolved, so we can already rigorously consider the possibilities of solutions.

Equation (1) implies exhaustive way:

$$\mu_0 = K.\, c^{n-2} \qquad \text{and} \qquad \varepsilon_0 = \frac{1}{K}.\, c^{-n} \qquad n \in \mathbb{Z}$$

$n \in \mathbb{Z}$ because speed is a physical constant with units. More likely we can have $n \in [0; 2]$

The vacuum electric permittivity and vacuum magnetic permeability are the SI constants of electrostatic and electromagnetic forces, respectively:

$$F_C = \frac{1}{\varepsilon_0}.\frac{Q.Q\prime}{4\pi r^2} \qquad \frac{F_A}{L} = \mu_0.\frac{I.\, I\prime}{2\pi r}$$

Therefore, the speed of light is necessarily involved in at least one of these forces; however, this is not explicitly expressed.

1.3. Reactivation of an old problem

The logical consequence of this unresolved inconsistency motivated this study. Indeed, we found that the physical role of the speed of light in these forces is still not understood because it is not even identified, even though it is invisibly considered through the permittivity and permeability of the vacuum. This question was known to physicists until the middle of the 20th century, since the electrical measurement systems resulting from these two forces were incompatible; electrical measurements were made using CGS mechanical units (centimeters, grams and seconds), and there was a light-speed relationship between the units of the two systems. In 1945, "Le Journal de Physique et le Radium" published an attempt to solve the problem using dimensional analysis [3], but based on an unjustified and erroneous assertion, this analysis was not followed up. This problem was not solved in the past; it gave rise to several systems of electrical units and was finally circumvented in the 20th century after the slow process of SI gestation, which lasted from 1901 to 1948.

This study reactivates the old problem, which is complex, unresolved, circumvented, and forgotten.

1.4. Scientific process

All data needed for the analysis have existed since the advent of SI. The small number, particularly the age of the bibliographic references, is due to the subject itself, as it is the reactivation of an old problem. The problem is treated theoretically, and its resolution requires a thorough analysis before obtaining a clear vision. The complexity of the solution requires decomposition into several parts of lesser difficulty (Cartesian method), which are listed here:

1. A historical summary. It begins with the initial observation of the inconsistency and recalls the decisions that lead to SI expressions using the vacuum permittivity and permeability. This summary shows that the inconsistency was not resolved but worked around.

2. Identification of a gap in the initial expressions of the Ampère and Coulomb forces concerning the speed of light. This gap leads to celerity in the "measurements" deduced from the expressions of these laws ("encystment"). The historical chronology is then resumed using an unknown in each of the forces to compensate for this gap, thus providing the form of the expressions expected at each stage.

3. Analysis of the two old measurement systems ESU and EMU: This allows to identify the unjustified "encystment" of the speed of light in the mechanical expressions of ohm in these two systems.

4. The deduction of the two unknowns by removing the "encystment" and, consequently, the deduction of the complete expressions of the forces and two electromagnetic constants.

5. Assessment of the validity of the conclusions and reflection on their implications and perspectives.

2. SIMPLIFIED HISTORICAL SUMMARY

Knowledge of this historical summary [1] [2] is essential for subsequent a analysis, which will use, point-by-point, the stages of this chronology.

2.1. The inconsistency between Coulomb's and Ampère's laws

In 1856, Wilhelm Weber and Rudolph Kohlrausch communicated about an observation: the ratio between the measurement of an electric charge using Coulomb's electrostatic force (ESU system) and its measurement using Ampère's electromagnetic force (EMU system) gave the speed of light:

Electrostatic force (formulation of the time):

$$F_C = \frac{Q.Q\prime}{r^2} \quad \text{whithout SI factor:} \quad K_C = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \tag{2}$$

Charges Q and Q are separated by a distance r.

Electromagnetic force (formulation of the time):

$$\frac{F_A}{L} = 2.\frac{I.\,I\prime}{r} \quad \text{whithout SI factor:} \quad K_A = \frac{\mu_0}{4\pi} \tag{3}$$

F_A/L is the force per unit length exerted on straight, parallel and infinite conductors separated by a distance r. I and I' are the currents flowing in the two conductors.

Our electrical units did not yet exist, charges or currents were expressed in millimeters, milligrams and seconds, based on mechanical measurements (measures qualified as absolute as opposed to relative measures [4]). However, the measurements were inconsistent between the electrostatic (ESU) and electromagnetic (EMU) systems. Indeed, with the Coulomb force, the electric charge had the following dimension:

$$[Q_{UES}] = \left[\sqrt{F_C}.r\right] = M^{\frac{1}{2}}.L^{\frac{3}{2}}.T^{-1}$$

With Ampere's force, the current had the following dimension:

$$[I_{UEM}] = \left[\sqrt{\frac{F_A.r}{2.L}}.\right] = M^{\frac{1}{2}}.L^{\frac{1}{2}}.T^{-1}$$

Either for the charge:

$$[Q_{UEM}] = M^{\frac{1}{2}}.L^{\frac{1}{2}}$$

The ratio of the dimensions of the charges is a speed, the measurement systems were not consistent. But very interestingly, for the same charge, Weber and Kohlrausch obtained a ratio equal to the speed of light (measured seven years earlier).

$$\frac{Q_{ESU}}{Q_{EMU}} = c \tag{4}$$

This ratio and Faraday's discovery of the magneto-optical effect 11 years earlier allowed Maxwell to understand the relationship between electromagnetism and light. He synthesized electromagnetism and demonstrated the propagation of electromagnetic waves; however, the inconsistency between the initial expressions of the forces was not resolved.

2.2. The measuring systems CGS-EMU and CGS-ESU

Without an initial inconsistency, there would have been only one measurement system. Beginning in 1862, the British Association for the Advancement of Science (BAAS) resumed the use of these two measurement systems for electrical quantities, but this time in CGS units (centimeters, grams and seconds):

1. The CGS-EMU system was mainly used. It is based on electromagnetic force (EMU = Electromagnetic units).

2. The CGS-ESU system was rarely used. It is based on electrostatic force (ESU = Electrostatic units).

No physical meaning could be interpreted in the combinations of mechanical units of electrical quantities; they contained roots of mass and length and with their ratio in light speed, the two systems were always incompatible.

2.3. The practical unit system based on the CGS-EMU

A system of practical units (volt, ohm, etc.), close to the needs of engineers, was gradually put in place from 1874 by the BAAS [5]. The units of this practical system correspond to decimal multiples of the units of the CGS-EMU system because it was the most widely used system. Below, we give the two units initially defined and the first that results from them:

- $1\ \text{V} \rightarrow\ 10^8\ \text{g}^{\frac{1}{2}}\ \text{cm}^{\frac{3}{2}}\ \text{s}^{-2}$, which was close to the Daniell cell voltage ($\sim\ 1,1$ V) used as a reference in telegraphy and industry.

- $1\,\Omega \rightarrow\ 10^9\,\text{cm}\,\text{s}^{-1}$, which was close to the resistance standard of the industrialist Werner Siemens ($\sim 0,9536\ \Omega$).

- $1\ \text{A}\ \rightarrow 10^{-1}\ \text{g}^{\frac{1}{2}}\ \text{cm}^{\frac{1}{2}}\ \text{s}^{-1}$, which was a consequence of previous choices.

Therefore, the electromagnetic force is the basis for the definition of electrical units; however the problem that leads to inconsistency with the ESU system has not been resolved.

2.4. The MKSA of Giorgi

In 1901, Giovanni Giorgi proposed using MKS units (meter, kilogram, second) as fundamental units of mechanics and proposed using a fundamental unit of electricity. Because the objective was to preserve the practical units defined in the EMU system, the fundamental unit of electricity had to remain based on the electromagnetic force. The ampere was chosen because the first electrical quantity to be derived from this force is the intensity. Its initial definition by the BAAS ($1\ \text{A}^2\ \rightarrow\ 10^{-2}\ \text{g cm s}^{-2} =\ 10^{-7}\ \text{kg m}\ \text{s}^{-2}$) provides the reference value for electromagnetic force ($2\ 10^{-7}\ \text{kg m}\ \text{s}^{-2}$ for $L = r = 1$ m). It was necessary to adapt the expression of this force to the unit using a constant K_A.

$$\frac{F_A}{L} = 2.K_A.\frac{I.\,I\prime}{r}$$

The constant K_A had to have a value that corresponded to this force of 1 A in the two conductors and with these lengths, which gave $K_A = 10^{-7}$ kg m s^{-2} A^{-2}.

It was also necessary to adapt the Coulomb force to the MKSA units using a constant K_C:

$$F_C = K_C.\frac{Q.Q\prime}{r^2}$$

The coulomb was also defined in the EMU system (by Ampère's force). Therefore, Giorgi proposed the use of the ratio (in light speed) to adapt the Coulomb force expression for this unit. Thus, the constants K_C and K_A had to respect the light-speed ratio (4) of the charges ESU and EMU (squared, considering the product of charges or currents):

$$\frac{K_C}{K_A} = \left(\frac{Q_{ESU}}{Q_{EMU}}\right)^2 = c^2 \qquad \Rightarrow \qquad K_C = K_A.c^2$$

The unresolved problem of the initial inconsistency was circumvented using these constants.

2.5. The rationalization

Before the new system was adopted, Heaviside proposed using two new constants, μ_0 and ε_0, and a 4π factor instead of K_A and K_C.

$$\mu_0 = 4\pi\ K_A \qquad \text{and} \qquad \frac{1}{\varepsilon_0} = 4\pi\ K_C$$

This "rationalization" allowed a simplification of the writing of Maxwell's equations where this factor 4π which was unnecessarily present (Heaviside called it "the excrescence"... [6]) , was eliminated [7] [8].

See appendix: The concepts of vacuum permeability and permittivity.

As a counterpart to its disappearance from Maxwell's equations, 4π factor appeared in certain electrical formulas (Coulomb's laws, Biot and Savart's laws, etc.), where it took on the physical meaning of the solid angle of all space [9]. This gives the current SI expressions for the Ampère's and Coulomb's forces:

$$\frac{F_A}{L} = 2.\frac{\mu_0}{4\pi}.\frac{I.\ I\prime}{r} \qquad K_A = \frac{\mu_0}{4\pi}$$

$$F_C = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}.\frac{Q.Q\prime}{r^2} \qquad K_C = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$$

This rationalization did not change Giorgi's MKSA unit system but led to new expressions. Given the link between the replaced K_C and K_A factors, we obtain in accordance with d'Alembert's wave equation and Maxwell's equations rationalized by Heaviside as follows:

$$\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = \frac{\mu_0}{4\pi}.c^2 \qquad \Rightarrow \qquad \mu_0.\varepsilon_0 = \frac{1}{c^2}$$

The problem of initial inconsistency has since been overshadowed by adaptation to MKSA units, which circumvented it, and rationalization. This problem, which has become invisible, has not been resolved yet.

3. HIGHLIGHTING A GAP. COMPENSATING FOR THIS GAP BY USING UNKNOWNS

At the end of the 18th century and beginning of the 19th century, the expressions of the Coulomb and Ampère forces were established from observable quantities (forces, lengths, charges and intensity). Therefore, the speed of light, measured in 1849 by Hippolyte Fizeau, could not be included in this category at that time and was never later integrated as such.

3.1. Highlighting a gap

3.1.1. An inconsistency where speed of light appears

The EMU and ESU measurement systems are based on the initial forms of the electrostatic and electromagnetic forces:

$$F_C = \frac{Q.Q\prime}{r^2} \qquad\qquad \frac{F_A}{L} = \frac{I.\ I\prime}{r}$$

Unlike the SI expressions, where it is invisibly considered through the vacuum permeability and vacuum permittivity, the speed of light was not included in the initial expressions used to establish the two CGS systems. The speed of light appeared in the measurement report, creating an inconsistency whose mechanisms must be understood.

3.1.2. Consequence of not taking speed of light into account

We look at the consequences of not considering a necessary constant in an expression with the following example: Suppose we want to calculate the mass m of an object in space, located at a distance d from the center of the earth (of mass M_T), from the gravitational force F. We would use the expression of this force:

$$F = G.\frac{m.M_T}{d^2} \qquad \Rightarrow \qquad m = \frac{F.d^2}{G.M_T}$$

If the gravitational constant is not considered in the expression of the gravitational force, the result of m will be G times too large, with the value and units included. The gravitational constant will thus be "encysted" in the result of m which will have neither the correct value nor correct dimension.

For the same reason, the speed of light was "encysted" in the results of the EMU and ESU systems, and the relationship between the two allows us to conclude that this gap exists. However, this single piece of information is insufficient to specify whether the problem arises in both expressions or in only one.

3.2. Compensation by using unknowns

We are looking for the forms of expressions that we would have had if the speed of light had been correctly integrated into these laws.

Méthod : We will consider that the two forces are potentially incomplete using two unknowns: CF_A for Ampère's force and CF_C for Coulomb's force, which allows us to study this question without prejudging the results.

We return at the historical timeline:

3.2.1. Initial expressions expected

If, in the 19th century, the expressions of force by Ampère and Coulomb correctly accounted for the physical phenomenon involving the speed of light, we would obtained had the following initial expressions.

Initial expressions expected

$$\frac{F_A}{L} = 2.CF_A \,.\frac{I.\,I\prime}{r} \tag{5}$$

$$F_C = CF_C \,.\frac{Q.Q\prime}{r^2} \tag{6}$$

Reminder: it is not prejudged whether the speed of light c occurs in CF_A, CF_C or both.

At that time, currents and charges would still have been expressed in mechanical units from the expressions for forces. However, the speed of light would not have been "enkysted" in the results.

Consequence: There would have been only one system of electrical measurements with mechanical units, which we call the "unified system".

A system of electrical measurements using mechanical units only exists by omission. This exists only if constant of adaptation to the respective units of the electrical and mechanical domains is not used. "*It is in fact this constant which allows us to make the dimensional separation in relation to mechanical quantities*" wrote Ake Thulin in 1966 [10], (he was talking here about μ_0 since it was a question of the rationalized SI and the practical units are defined in relation to the EMU system).Without such a constant, electrical quantities have mechanical dimensions that have no physical meaning. The ESU and EMU systems added a second omission: speed of light. An adaptation constant existed for each system (K_A and K_C). Indeed, the speed of light does not intervene in the same way in the two systems since they are incoherent.
The unified system is the one which falls under the expressions 5 and 6:

- It is a system of electrical measurements with mechanical units because it has no constant adaptation to the units.
- It is a unified system because it takes into account the speed of light c.

3.2.2. Giorgi's MKSA expressions expected

Giorgi would have adapted the expressions of both forces to MKSA units without using the c^2 ratio. Therefore, he would have used a single dimensioning constant K_{AC}, which is common to both forces, instead of K_A and K_C:

$$K_{Coulomb} = K_{Ampere}\ (K_{AC}) \ \text{ instead of } \ K_C = K_A.c^2$$

Giorgi's MKSA expressions would have taken the following forms:

$$\frac{F_A}{L} = K_{AC}\,.\,2.CF_A\,.\frac{I.\,I\prime}{r} \tag{7}$$

$$F_C = K_{AC}\,.CF_C\,.\frac{Q.Q\prime}{r^2} \tag{8}$$

3.2.3. Rationalized MKSA expressions expected

Rationalizing the system with the factor 4π would have given a single constant:

$$K_{MKS-A} = 4\pi\ K_{AC}$$

instead of : $\quad \mu_0 = 4\pi\ K_A \quad$ and $\quad \dfrac{1}{\varepsilon_0} = 4\pi\ K_C$

We would have obtained the same rationalized SI system but with different formulations for the two forces:

$$\frac{F_A}{L} = K_{MKS-A}\,.\,CF_A\,.\frac{I.\,I\prime}{2\pi.r} \tag{9}$$

$$F_C = K_{MKS-A}\,.\,CF_C\,.\frac{Q.Q\prime}{4\pi.r^2} \tag{10}$$

The constant K_{MKS-A} is a constant for rationalization and adaptation to MKSA units of complete expressions (rationalized and taking into account the speed of light).

3.2.4. Consequences : expected relations

Because it is the same rationalized system of units, the expressions are equivalent to those of the SI. The constant K_{MKS-A} is currently invisible because it is integrated into the vacuum permeability and vacuum permittivity:

$$\mu_0 = K_{MKS-A}\,.\,CF_A \tag{11}$$

$$\frac{1}{\varepsilon_0} = K_{MKS-A}\,.\,CF_C \tag{12}$$

The following relationships can be deduced:

$$\sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} = K_{MKS-A}\,.\,\sqrt{CF_A.CF_C} \tag{13}$$

$$\frac{1}{\mu_0.\varepsilon_0} = \frac{CF_C}{CF_A} = c^2 \tag{14}$$

These three constants cannot be determined directly; however, the two old EMU and ESU systems can be analyzed to determine whether the speed of light is "encysted" in one or both. Once the "encystment" of the speed of light is apparent, we can deduce the constants CF_A and CF_C which must make these systems converge towards the unified system (3.2.1).

4. ANALYSIS OF THE TWO ANCIENT MEASUREMENT SYSTEMS

Notation: The acronyms EMU and ESU refer to the CGS units in the scientific literature. To avoid ambiguities, we use the abbreviations MAG and STAT to designate the electromagnetic and electrostatic measuring systems with MKS mechanical units.

4.1. Dimensional table of MAG and STAT systems (EMU and ESU)

Quantities	STAT	MAG
I	$M^{\frac{1}{2}}.L^{\frac{3}{2}}.T^{-2}$	$M^{\frac{1}{2}}.L^{\frac{1}{2}}.T^{-1}$
U	$M^{\frac{1}{2}}.L^{\frac{1}{2}}.T^{-1}$	$M^{\frac{1}{2}}.L^{\frac{3}{2}}.T^{-2}$
P	$M.L^{2}.T^{-3}$	$M.L^{2}.T^{-3}$
R	$L^{-1}.T$	$L.T^{-1}$
Q	$M^{\frac{1}{2}}.L^{\frac{3}{2}}.T^{-1}$	$M^{\frac{1}{2}}.L^{\frac{1}{2}}$

Table 1 : Dimensions of STAT and MAG systems [1]

Observations: Electric power is the only one to be coherent; for the others, we have:

- $[I_{STAT}] = [U_{MAG}]$
- $[U_{STAT}] = [I_{MAG}]$
- $[R_{STAT}] = 1/[R_{MAG}]$

We note that a speed appears in a contradictory way between the two systems:

$$\text{Electromagnétic system:} \quad [I_{MAG}] = \left[\frac{U_{MAG}}{\text{speed}}\right]$$

$$\text{Electrostatic systèm:} \quad [I_{STAT}] = [\text{speed} \,.\, U_{STAT}]$$

This reversal of speed is representative of the subject that interests us. The mechanical dimension of the resistance is directly related to the problem because it is a speed in the MAG system and the inverse of a speed in the STAT system. We must now have the values of the practical electrical units in both systems. We will establish, in MKS units, those that will be useful.

4.2. The units, ampere and ohm, in the MAG system

The initial definitions of ampere and ohm in the UEM CGS units allow them to be established in MAG MKS units (by passing through the square for the ampere).

SI Units	EMU CGS (def)	MAG MKS values
1 A	$10^{-1}\ g^{\frac{1}{2}}\ cm^{\frac{1}{2}}\ s^{-1}$	$\sqrt{10}\ 10^{-4}\ kg^{\frac{1}{2}}\ m^{\frac{1}{2}}\ s^{-1}$
1 Ω	10^{9} cm s^{-1}	10^{7} m s^{-1}

Table 2: Ampere and ohm, in the MAG system

4.3. The units, coulomb and ohm, in the STAT MKS system

The practical units do not come from a definition in the electrostatic system but can be established. We calculate the Coulomb force for 1 C and a distance of 1 m. Subsequently, we apply the force obtained to the initial expression.

$$F_C = \frac{1}{\varepsilon_0}.\frac{Q.Q\prime}{4\pi.r^2}$$

$$Q = Q\prime = 1\ \text{C}, \quad r = 1\ \text{m},$$

$$\varepsilon_0 = 8,854187\ 10^{-12}\ \text{N m}^2\text{C}^{-2}$$

$$\Rightarrow \quad F_C \sim 8,987\ 10^{9}\ \text{N} = 8,987\ 10^{9}\ \text{kg m s}^{-2}$$

In STAT system (initial expression):

$$F_C = \frac{Q.Q\prime}{r^2} \quad \Rightarrow \quad 1\text{C}_{\text{STAT}} \sim 9,48\ 10^{4}\ \text{kg}^{\frac{1}{2}}\ \text{m}^{\frac{3}{2}}\ \text{s}^{-1}$$

We deduce the values of ampere (1 C.s^{-1}), volt (1 W.A^{-1} with 1 W = 1 kg.m^2.s^{-3}), and ohm (1 V.A^{-1}), which give for ohm and coulomb:

SI Units	STAT MKS values
1 C	$9,48\ 10^{4}\ kg^{\frac{1}{2}}\ m^{\frac{3}{2}}\ s^{-1}$
1 Ω	$0,111\ \ 10^{-9}\ m^{-1}\ s \sim \frac{1}{9}.10^{-9}\ \ m^{-1}\ s$

Table 3: Coulomb and ohm, in the STAT system

4.4. Observation on the STAT and MAG values of the ohm

SI Units	STAT MKS values	MAG MKS values
1 Ω	$\frac{1}{9}.10^{-9}\ m^{-1}\ s$	$10^{7}\ m\ s^{-1}$

Table 4: Ohm values in STAT and MAG systems.

This table and the approximation $c \sim 3.10^{8}$ m s^{-1} allow us to write:

Ohm in STAT and MAG systems

$$1\ \Omega_{\text{STAT}} \sim \frac{1}{30\ c} \quad \text{and} \quad 1\ \Omega_{\text{MAG}} \sim \frac{c}{30}$$

The expressions STAT MKS and MAG MKS of ohm provide us with two pieces of information.

1. - We note the presence of a factor of $1/30$ in both cases. This factor is the consequence of the choice of ohm by the BAAS in 1874 at 10^{9} CGS UEM units, that is, 10^{9} cm.s^{-1}.

2. We see, with the speed of light highlighted, that it is "encysted" in the STAT and MAG expressions of the ohm. This allows us to conclude that the speed of light should have be considered in the expressions of the two forces.

Conclusion

The speed of light must be considered:

- In the constant CF_A of the Ampere force, to no longer be encysted in the expressions of the MAG units.
- In the constant CF_C of the Coulomb force, to no longer be encysted in the expressions of the STAT units.

After these taken into account, the magnetic and electrostatic units will be identical (unified system).

5. CONSIDERATION OF THE SPEED OF LIGHT

5.1. Determination of constants CF_A, CF_C and K_{MKS-A}

5.1.1. Highlighting the speed of light in the MAG expression of the ampere

We have already expression of ampere in the MAG system (Table 2); however, it is difficult to detach the speed of light, unlike in the case of ohm. Therefore, we use expression of ohm whose "encystment" of the speed of light is now apparent.

$$1\ \Omega = 1\ \mathrm{W\ A^{-2}} = 1\ \mathrm{kg\ m^2\ s^{-3}\ A^{-2}}$$

$$\Rightarrow\ 1\ \mathrm{A}^2 = \frac{1\ \mathrm{kg\ m^2\ s^{-3}}}{1\ \Omega}$$

$$1\ \Omega_{\mathrm{MAG}} \sim \frac{c}{30}\ \Rightarrow\ 1\ {\mathrm{A_{MAG}}}^2 \sim \frac{30}{c}\ \mathrm{kg\ m^2\ s^{-3}} \qquad (15)$$

The encystment of the speed of light now appears for the square ampere.

5.1.2. Determination of constant CF_A

Without CF_A (MAG system) we have:

$$\frac{F_A}{L} = 2.\frac{I.\,I\prime}{r} \qquad \Rightarrow \qquad \frac{r}{2L}.F_A = I.\,I\prime \qquad (16)$$

According to this last relation (16), the MAG expression of ampere (15) corresponds to the conditions of force and lengths such that

$$\frac{r}{2L}.F_A = 1\ {\mathrm{A_{MAG}}}^2 \sim \frac{30}{c}\ \mathrm{kg\ m^2\ s^{-3}} \qquad (17)$$

With CF_A (Unified system, exp. (5)) we have:

$$\frac{F_A}{L} = 2.CF_A\,.\frac{I.\,I\prime}{r} \qquad \Rightarrow \qquad \frac{r}{2L}.F_A = CF_A\,.I.\,I\prime$$

Thus, in the unified system, for currents of 1 A and under the same conditions of force and lengths as in equation (17), we obtain

$$CF_A\ .\ 1\ {\mathrm{A_{uni}}}^2 \sim \frac{30}{c}\ \mathrm{kg\ m^2\ s^{-3}}$$

The value 30 was derived from the historical choice of ohm. The CF_A constant must eliminate the "encystment" of speed of light in the ampere expression. We deduce:

$$CF_A = \frac{1}{c} \qquad (18)$$

We also deduce the expression of the ampere in the unified system:

$$1\ {\mathrm{A_{uni}}}^2 \sim 30\ \mathrm{kg\ m^2\ s^{-3}} \qquad \Rightarrow \qquad 1\ \mathrm{A_{uni}} \sim \sqrt{30}\ \mathrm{kg^{\frac{1}{2}}\ m\ s^{-\frac{3}{2}}}$$

It is recalled that the dimensions of an electrical measurement system with mechanical units have no physical significance. If, out of curiosity, we are still interested in the dimensions of the unified system, we find mechanical power roots for voltage and current and a dimension "1" for resistance (a simple proportionality factor between the two previous ones). Despite the substitution theorem [11], this equality of the dimensions of current and voltage would seem totally counterintuitive if we attributed a meaning to these dimensions. This probably explains why 19th century physicists did not solve this problem: rightly, the dimensions of current and voltage could not be the same, but they were looking for a mechanical expression of electricity, so they could not conceive of these results. Regarding this fruitless search, Arnold Sommerfeld stated in 1935: "*The absolute system (of the three mechanical units) could be considered unavoidable, as long as one could hope to deduce electricity from mechanics. This time is over.*" [2]

5.1.3. Deduction of the constant CF_C

The same reasoning can be repeated to determine the CF_C, but it is simpler to use (14), which leads to the same result:

$$\frac{CF_C}{CF_A} = c^2 \qquad \Rightarrow \qquad CF_C = c^2.CF_A$$

$$CF_C = c \qquad (19)$$

5.1.4. Identification of K_{MKS-A}

We recall relation (13):

$$\sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} = K_{MKS-A} \cdot \sqrt{CF_A.CF_C}$$

From the constants CF_A and CF_C determined, we deduce:

$$K_{MKS-A} = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} \sim 376,73 \text{ kg m}^2 \text{ s}^{-3} \text{ A}^{-2}$$

The constant of adaptation to the MKSA units and rationalization corresponds to the wave impedance in a vacuum.

5.2. Solutions of expected expressions

Equations (11) and (12) for the vacuum electric permittivity and vacuum magnetic permeability (3.2.4) give the following results.

$$\mu_0 = K_{MKS-A} \cdot \frac{1}{c} \qquad \frac{1}{\varepsilon_0} = K_{MKS-A} \cdot c \quad (20)$$

It now appears that the vacuum electric permittivity and vacuum magnetic permeability depend on the speed of light. These two constants are not magnetic and electric characteristics of vacuum; they express the manner in which the speed acts in each of these phenomena and consider the definition of the units. The terms permittivity and permeability only have meaning in media other than vacuum, for the relative values ε_r and μ_r.

The expressions of the two forces can be deduced:

$$\frac{F_A}{L} = K_{MKS-A} \cdot \frac{1}{c} \cdot \frac{I.I\prime}{2\pi.r} \quad (21)$$

$$F_C = K_{MKS-A} \cdot c \cdot \frac{Q.Q\prime}{4\pi.r^2} \quad (22)$$

The speed of light is a dividing parameter for the magnetic force and a multiplying parameter for the electrostatic force.

5.3. Independent expression of K_{MKS-A}

The vacuum electric permittivity and vacuum magnetic permeability are combinations of the speed of light and the constant K_{MKS-A}. Therefore, the latter can no longer be expressed from the previous ones and we must establish an independent expression. The initial definition of the ampere from an electromagnetic force of $2 .10^{-7}$N with $L = r = 1$m, allows us to express K_{MKS-A}:

$$2 .10^{-7} \text{ N} = K_{MKS-A} \cdot \frac{1}{c} \cdot \frac{1 \text{ A}^2}{2\pi}$$

Which gives the following result:

$$K_{MKS-A} = 4\pi \text{ . } c \text{ . } 10^{-7} \text{ N A}^{-2}$$

Because they were not considered in the initial expression of the electromagnetic force from which the EMU units were defined, factor 4π, speed of light c, and coefficient $K_A = 10^{-7}$ N A^{-2} constitute the constant that rationalizes and adapts the complete expressions to SI units.

$$K_{MKS-A} = 4\pi.\underline{c}.10^{-7} \text{ kg m}^2 \text{ s}^{-3} \text{ A}^{-2}$$

where $\underline{c}$ represents the MKS numerical value of the celerity of light in vacuum.

The constant K_{MKS-A} appears in this analysis as a constant for adapting the expressions of forces to SI units, as Giorgi initially conceived the constants K_A and K_C. It applies to rationalized expressions taking into account the speed of light which makes the MAG and STAT systems converge towards a single one. Therefore, this aspect is only that of adaptation to the SI of complete expressions. However, its physical meaning, independent of a system of units, is more complex. Indeed, this constant corresponds to the wave impedance in a vacuum.

6. CONCLUSIONS, EVALUATION AND PERSPECTIVES

Conclusions:

This analysis made it possible to identify how the speed of light must be considered in the expressions for the Ampère and Coulomb forces. The physical role of the speed of light in the fields intensities is no longer overshadowed by the vacuum permittivity and vacuum permeability. These constants do not express the electric and magnetic characteristics of the vacuum but correspond to the action of the speed of light in each of these phenomena. The speed of light not only imposes a delay in the propagation of potentials (Liénard-Wiechert) but also affects the intensity of the fields. From the expressions obtained for vacuum permittivity and vacuum permeability, the speed of light is a parameter that acts as a multiplier in the electric field and as a divider in the magnetic field. This is an unprecedented result because considering delayed times does not make the speed of light a quantity that plays a role in the intensity of the phenomena, such as, for example, the speed in a linear momentum.

Evaluation of the conclusions:

Regarding the vacuum permittivity and vacuum permeability, the previous conclusion is that they do not represent the characteristics of vacuum. This conclusion is consistent with the origin of these concepts, which is recalled in the appendix ("The concepts of vacuum permeability and permittivity"), where we can verify that they are only the artifices that compensate for the initial inconsistency and adapt the expressions to unit systems. This is the exact role that show their respective expressions (20).

Regarding the speed of light, which acts as a multiplier for the electric force and as a divider for the magnetic force, it is easy to verify that the intensity of these two forces corresponds to the influence of the speed of light. Indeed, for lengths systematically equal to one meter, Ampère's force is derisory for currents of 1 A ($2\ 10^{-7}$ N) and the Coulomb force is gigantic for charges of 1 C ($\sim\ 9\ 10^{9}$ N).

perspectives:

The wave impedance in a vacuum expresses the ratio between the amplitudes E and H of the fields of an electromagnetic wave in vacuum; therefore, its role in the static laws of electromagnetism raises an interesting question to be explored further.

The physical actions that the speed of light represents in both cases are yet to be explained because this strictly analytical work provides no indication of this question. However, the expressions to which these actions lead are now defined, providing avenues for reflection on a new ways to understand the basic laws of electromagnetism. It is necessary to consider the propagation of action between charges in the formulation of the interaction forces. We can no longer approach them as simple remote actions materialized by the fields. We observed that the speed of light acts as a multiplier for the electric force and as a divider for the magnetic force. Therefore, the process that leads to the presence of an electric field and the process that leads to the presence of a magnetic field must be established considering this observation.

ANNEXES

A. The concepts of vacuum permeability and permittivity

A.1. Magnetic permeability

In a medium with magnetic permeability μ, the UNRATIONALIZED magnetic force is expressed as follows:

$$\frac{F_A}{L} = \mu.2\frac{I.\,I\prime}{r} \quad \text{with} \quad \mu = \mu_r.\mu_0$$

The magnetic permeability of vacuum μ_0 serves as a reference for other media. It was initially equal to 1 in the CGS EMU system (see the initial expression (3) of F_A in vacuum); therefore, permeability only had meaning in a medium but in a vacuum, its value 1 in the EMU system gave it the value $1/c^2$ in the CGS ESU system because of the inconsistency. Thus, the vacuum permeability acquired an existence because of the incoherence. Adaptation to MKSA units and rationalization (SI System) gave the vacuum permeability its current value.

$$\mu_0 = 4\pi\ 10^{-7}\ \text{kg m s}^{-2}\ \text{A}^{-2}$$

A.2. Electrical permittivity

For electrostatics, Heaviside coined the term permittivity [8]. Permittivity corresponds to what Faraday called the "specific capacity for electrostatic induction" which Maxwell denoted as K [12]. In a medium with dielectric permittivity ε, the UNRATIONALIZED electrostatic force is expressed as follows:

$$F_C = \frac{1}{\varepsilon}.\frac{Q.Q\prime}{r^2} \quad \text{with} \quad \varepsilon = \varepsilon_r.\varepsilon_0$$

The dielectric permittivity of vacuum ε_0 serves as a reference for other media. It was initially equal to 1 in the CGS ESU system (See initial expression (2) of F_C in vacuum); therefore permittivity only had meaning in a medium but in a vacuum, its value 1 in the ESU system gave it the value $K = 1/c^2$ in the CGS EMU system because of the inconsistency. Thus, the vacuum permittivity acquired an existence because of the incoherence. The adaptation to MKSA units and rationalization (SI System) provides it its current name and value.

$$\varepsilon_0 = 8,854\ 187\ 82\ 10^{-12}\ \text{kg}^{-1}\ \text{m}^{-3}\ \text{s}^{4}\ \text{A}^{2}$$

A.3. Synthesis

These results are summarized in the following table :

systems	EMU	ESU	SI
μ_0	1	$1/c^2$	$4\pi\ 10^{-7}$ kg m s^{-2} A^{-2}
ε_0	$1/c^2$	1	$8,854...\ 10^{-12}$ kg^{-1} m^{-3} s^{4} A^{2}

Table 1 : Values of vacuum permeability and permittivity in UEM, UES and SI systems [9].

Unlike relative permeability and relative permittivity, which have physical meanings in media, the concepts of vacuum permeability and vacuum permittivity are only artifices that compensate for the initial inconsistency and adapt the expressions to unit systems.

REFERENCES

[1] Borvon, G., *Histoire de l'electricite, de l'ambre a l'electron*. Paris: Vuibert, 2009.

[2] Blondel, C. and G. Borvon, "Les unites electriques et leur unification," Histoire de l'électricité et du magnetisme, 2008, https://ampere-archives.fr/histoire-electricite/parcours-historique/unites-electriques/unification.

[3] Villey, J., "Analyse dimensionnelle et systemes d'unites coherents," *Journal de Physique et le Radium*, Vol. 6, 1945, https://hal.science/jpa-00233896/document.

[4] Blavier, E. E., *Des grandeurs electriques et de leur mesure en unites absolues*. Paris: Dunod, 1881.

[5] Blondel, C. and G. Borvon, "Le coulomb, l'ampere, le volt, le watt, l'ohm," Histoire de l'électricité et du magnetisme, 2008, https://ampere-archives.fr/histoire-electricite/parcours-historique/unites-electriques/histoire.

[6] Heaviside, O., *Electrical papers VOL.I*. London: Macmillan and co, 1892.

[7] Fleury, P., "Coordination des unites mecaniques et electriques en un systeme pratique international : formules classiques ou rationalisees," *Journal de Physique et le Radium*, Vol. 9, 1948, https://hal.science/jpa-00234082/document.

[8] Darrigol, O., *Les equations de Maxwell de MacCullagh a Lorentz*. Paris: Belin, 2005.

[9] Bruhat, G., *Electricite, Cours de Physique Generale, 8eme edition revue par Georges GOUDET*. Paris: Masson & Cie, 1963.

[10] Thulin, A., "Oiml, 26eme bulletin de l'organisation internationale de metrologie," 1966," https://www.oiml.org/en/publications/bulletin/pdf/1966-bulletin-26.pdf.

[11] Blot, J., *Cours d'electronique lineaire*. Paris: Dunod University, 1993.

[12] Maxwell, J. C., *Traite d'electricite et de magnetisme. tomes I et II (traduction de la 2eme edition anglaise par G. Seligmann-Lui)*. Paris: Gauthier-Villars, 1885.

LA PHYSIQUE REVISITÉE

L'histoire compliquée des unités électriques : implications sur les expressions SI

Jean-Marc, Augustin ROUX[1]
[1]Professeur Agrégé

La physique revisitée, Numéro 1, pages 24-41
Publié le 03 09 2025
DOI : 10.5281/zenodo.20382336
Licence: CC BY 4.0 †

Cet article d'histoire des sciences accompagne l'article scientifique :
Résolution de l'incohérence des lois initiales de l'électromagnétisme, implications et perspectives

ABSTRACT: The International System of Units has only existed since 1946 and it was developed after a very long process that depended on the evolution of our understanding of electromagnetism.

This article aims to highlight the interconnections between mechanics and electromagnetism that have influenced the choice of units.

It is through a pedagogical approach to progress in understanding electrical phenomena that we will follow this construction of the system of units in general and of electrical units in particular.

it appears that the choice of electrical units was conditioned by the predominant use of the electromechanical measurement system based on magnetic force, CGS EMU, to the detriment of the measurement system based on electrostatic force, CGS ESU. These two systems were incompatible and had a ratio in the speed of light. Furthermore, the expressions for these forces failed to account for the solid angle 4π, which consequently appeared unjustifiably in Maxwell's equations; the rationalization proposed by Heaviside resolved this problem.

The article shows that this rationalization and incompatibility between these two systems necessitated, during their unification, the use of two constants to adjust the expressions for Ampère and Coulomb forces to the electrical units defined in the CGS UEM system. We call these constants the permeability and permittivity of free space.

keywords: EMU, ESU, International System of Units , CGS system

RÉSUMÉ : Le système international d'unités n'existe que depuis 1946 et il s'est élaboré après un très long processus qui a dépendu de l'évolution de notre compréhension de l'électromagnétisme.

Cet article vise à mettre en lumière les imbrications entre mécanique et électromagnétisme qui ont conditionnées les choix d'unités.

C'est par un cheminement pédagogique des progrès dans la compréhension des phénomènes électriques que l'on va suivre cette construction du système d'unités en général et des unités électriques en particulier.

Il apparait que les choix d'unités électriques ont été conditionnés par l'utilisation prépondérante du système de mesure électromécanique basé sur la force magnétique, le CGS UEM, au détriment du système de mesure basé sur la force électrostatique, le CGS UES. Ces deux systèmes étaient incompatibles et présentaient un rapport en vitesse lumière. D'autre part il manquait dans les expressions de ces forces la prise en compte de l'angle solide 4π qui en conséquence apparaissait de façon non justifiée dans les équations de Maxwell, la rationalisation voulue par Heaviside résolue ce problème.

L'article montre que cette rationalisation et cette incompatibilité entre ces deux systèmes a imposé, lors de leur unification, l'utilisation de deux constantes permettant d'ajuster les expressions des forces d'Ampère et Coulomb aux unités électriques qui avaient été définies dans le système CGS UEM. Nous appelons ces constantes perméabilité et permittivité du vide.

Mots clés : UEM , UES, système international d'unités, système CGS

1. PREMIÈRES DÉCOUVERTES

1.1. Année 1733

Charles DUFAY distingue deux espèces différentes d'électricité : électricité vitrée (charge positive) ou résineuse (charge négative) qui se repoussent quand elles sont identiques et s'attirent lorsqu'elles sont différentes.

Charles DUFAY est le premier à avoir une approche scientifique du phénomène électrique qui ne servait que d'amusement de salons jusque-là. Il a publié différents mémoires dans plusieurs domaines (géométrie, anatomie, chimie etc …).



Charles DUFAY

Né en 1698
Mort en 1739

1.2. Année 1750

Benjamin FRANKLIN développe la théorie du fluide électrique en « plus » ou « moins » (gain ou perte).

Il manque malheureusement à FRANKLIN la connaissance des travaux de DUFAY concernant les deux espèces d'électricité statique. « Plus » et « Moins » ne sont donc pas la nouvelle convention pour les désigner (sens qu'elle prendront plus tard). Ce sont des dénominations qui ont le sens de gain ou de perte d'électricité. La notion de courant affleure.



Benjamin FRANKLIN en 1778

Né en 1706
Mort en 1790

1.3. Année 1771

Henry CAVENDISH introduit la notion de « degré d'électrification » (potentiel).

Avec CAVENDISH les notions de charges, de potentiels et même de résistances deviennent plus claires. Il est de ce fait le précurseur de la loi d'Ohm.

Hors du domaine électrique, Il sera le premier à avoir mesuré la constante de gravitation ainsi que la densité de la terre en 1798 en s'inspirant de la méthode utilisée par COULOMB pour les charges électriques.



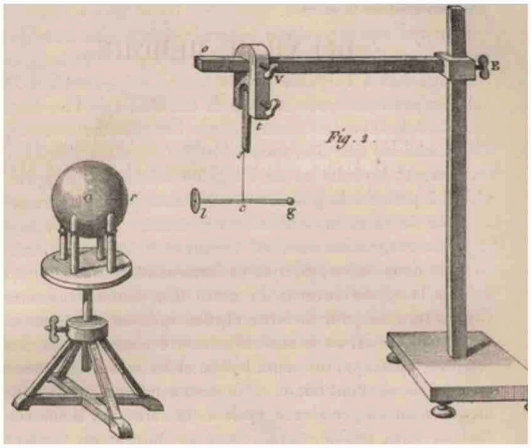
Henry CAVENDISH

Né en 1731
Mort en 1810

1.4. Année 1785

Charles COULOMB établi la loi qui donne la force d'interaction en $1/d^2$ entre deux charges (première formulation dimensionnelle d'un phénomène électromécanique) :

"La force répulsive de deux petits globes électrisés de la même nature d'électricité est en raison inverse du carré de la distance du centre des deux globes"



Mesure de la force électrique

Charles COULOMB

Né en 1736
Mort en 1806



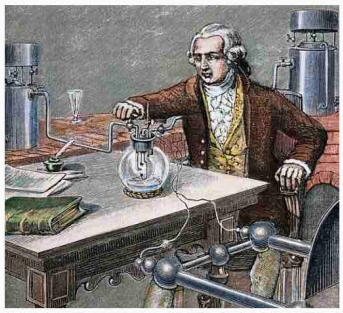
Coulomb a utilisé une astuce pour calculer la force d'interaction électrostatique : il a mesuré la période des oscillations autour de la position d'équilibre (la force étant proportionnelle au carré de la fréquence).

2. RÉVOLUTION FRANÇAISE ET RÉFORMES DES POIDS ET MESURES

La base des unités mécaniques et des futures unités électriques

2.1. Année 1789

Antoine LAVOISIER plaide pour le système décimal et en 1790 une commission composée de BORDA, CONDORCET, LAGRANGE, LAVOISIER et TILLET, dépose le rapport qui impose le système décimal pour la monnaie. Il fait fabriquer des boites de masses décimales pour les balances de précision qu'il utilise dans ses expériences de chimie.



Le chimiste LAVOISIER déterminant la formation de l'eau



Antoine LAVOISIER

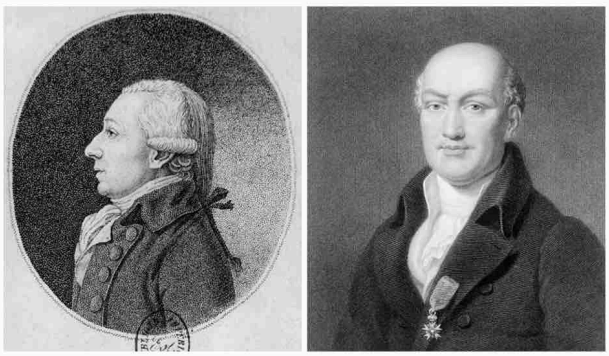
Né en 1743
Guillotiné en 1794

Après l'exécution de LAVOISIER, sous « la terreur », le mathématicien Louis LAGRANGE commente : « Il ne leur a fallu qu'un moment pour faire tomber cette tête et cent années, peut-être, ne suffiront pas pour en reproduire une semblable ».

2.2. Année 1791

Le mètre est défini par une commission composée de BORDA, CONDORCET, LAGRANGE, LAPLACE et MONGE, comme étant le 10 millionième du quart du méridien terrestre (circonférence). La raison de ce choix est motivée par le fait qu'il s'agit d'une base indépendante des susceptibilités locales, car commune à toute l'humanité (universalisme).

Les mathématiciens et astronomes Pierre MECHAIN (1744-1804) et Jean-Baptiste DELAMBRE (1749-1822) effectuent la mesure du méridien par triangulation.





2.3. Année 1795

le système métrique décimal est institué par la loi. Le kilogramme est défini comme la masse d'un décimètre cube d'eau distillée à 0°C. Les étalons sont reproductibles grâce à cette définition.



Étalon du kilogramme servant de référence internationale conservé au bureau international des poids et mesures de Sèvres (sous plusieurs cloches en poupées russes).

La division du temps en heures, minutes et secondes bien que non décimale, n'est pas remise en question car contrairement aux unités de longueur et de poids son usage est déjà universel.

3. LES GRANDES DÉCOUVERTES

3.1. Année 1800

Alessandro VOLTA invente la pile (électrolyse) et met ainsi fin à une controverse (l'une des premières « guerres scientifiques ») entre « l'électricité métallique » qu'il voulait démontrer et « l'électricité animale » de Luigi GALVANI. Le mythe de « l'électricité animale » perdurera un peu et alimentera la science-fiction avec en 1818 le roman de Mary Shelley, « Frankenstein ou le phénomène moderne ».



Pile voltaïque

Empilement de rondelles de Zinc et d'argent alternées, séparées par du carton ou du papier buvard imbibé d'eau salée.

VOLTA a conçu cette pile pour démontrer que l'électricité n'était pas d'origine biologique mais chimique.



Alessandro VOLTA

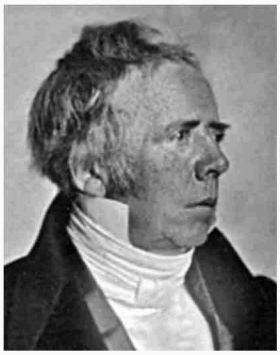
Né en 1745
Mort en 1827

3.2. Avril 1820

Hans Christian ØERSTED lors d'un cours devant ses étudiants observe que la direction d'une boussole est déviée en présence d'un courant électrique. Il n'a pas encore d'explication mais il a la bonne idée de publier tout de suite cette observation.

L'observation d'ØERSTED déclenche un enthousiasme considérable en Europe et tout ce qu'elle compte de savants se penche sur la question.

En réalité les effets magnétiques de l'électricité avaient été découverts dès 1802 par Gian Domenico ROMAGNOSI qui les avait publiés mais ils avaient été malheureusement quasiment ignorés.



Hans Christian ØERSTED

Né en 1777
Mort en 1851

3.3. Septembre 1820

André-Marie AMPÈRE s'intéresse au phénomène observé par ØERSTED et découvre que la direction dans laquelle se déplace l'aiguille de la boussole dépend de la direction du courant électrique qui circule à proximité et en déduit la règle dite du « bonhomme d'Ampère ». Il montre les interactions entre courants et attribue le magnétisme à l'existence de courants électriques y compris à l'intérieur des aimants, les phénomènes sont ainsi qualifiés « d'électrodynamiques ».

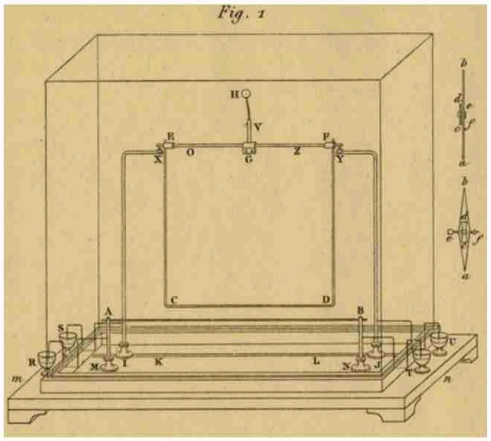


Figure de l'appareil mettant en évidence la force électrodynamique (interaction entre courants).



André-Marie AMPÈRE

Né en 1775
Mort en 1836

3.4. Année 1821

Michael FARADAY fait la démonstration « d'une rotation électromagnétique » basée sur l'interaction entre un conducteur de courant mobile et un champ magnétique fixe (l'inverse de l'expérience d'ØESTERD), qui est dans les faits, le premier moteur électrique

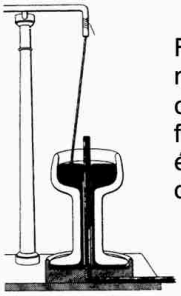
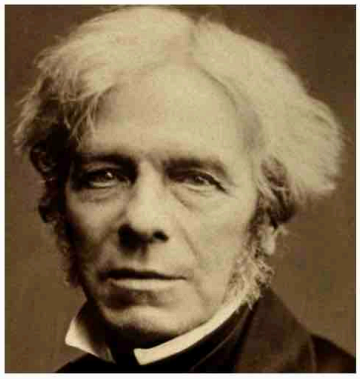


Figure du « premier moteur » électrique : Une tige métallique plonge dans un bain de mercure (métal conducteur) au centre duquel se trouve un aimant fixe. Lorsque la tige est parcourue par un courant électrique, celle-ci se met en mouvement autour du pôle de l'aimant.



Michael FARADAY

Portrait en 1842



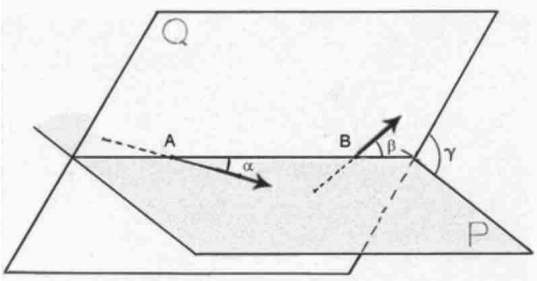
Michael FARADAY

Né en 1791
Mort en 1867

3.5. Année 1826

AMPÈRE publie sa « théorie des phénomènes électrodynamiques » qui sont formalisés mathématiquement pour la première fois : Il y exprime les forces d'interactions entre aimants et courants (Force, dite en France, de « LAPLACE ») et les forces mutuelles entre courants (Force d'AMPÈRE). Il distingue « l'électricité de tension » (potentiel électrique) de « l'électricité de courant » (électrodynamique).

La formulation de la force électrodynamique (entre courants) est un travail fondamental basé sur quatre faits expérimentaux qualitatifs utilisant la « méthode des cas d'équilibre » et permettant d'élaborer le modèle théorique1. Elle va entraîner des progrès considérables.



La formule fondamentale d'AMPÈRE exprime la force qu'exerce l'un sur l'autre, deux éléments de courants infinitésimaux I.ds et I'ds', placés à une distance r l'un de l'autre et d'orientations relatives définies par les trois angles α, β et γ.

L'élément de courant I.ds de milieu A, est situé dans le plan P.
L'élément de courant I'.ds' de milieu B, est situé dans le plan Q.

$$F = \frac{I\ I' ds\ ds' (\sin\alpha \sin\beta \cos\gamma - \frac{1}{2}\cos\alpha\cos\beta)}{r^2}$$

Ramené au cas où les plans P et Q sont confondus ($\gamma = 0$) et où les angles α et β sont droits, la force s'exprime :

$$F = \frac{I\ I' ds\ ds'}{r^2}$$

ATTENTION :

Les éléments ds et ds' sont infinitésimaux, il ne s'agit pas de l'expression d'une force avec des longueurs macroscopiques.

Précisions à propos de la force d'AMPÈRE et les formulations *« électrodynamique »* ou *« électromagnétique »* :

L'expression de la force *« électrodynamique »* définie par Ampère concerne des éléments de courants infinitésimaux ds et ds'. On ne doit surtout pas remplacer dans cette expression *« électrodynamique »*, ds et ds' par des valeurs de longueurs macroscopiques (Cela donnerait un résultat deux fois trop petit).

Les progrès dans l'écriture mathématique vectorielle ainsi que l'utilisation conjointe de la loi de LAPLACE et de celle de BIOT et SAVART, permettrons une formulation théorique électromagnétique des forces s'exerçant sur les conducteurs.

Ainsi la force *« électromagnétique »*, également appelée d'AMPÈRE, est une force par unité de longueur, qui pour deux conducteurs parallèles, rectilignes et infinis, de courants continus I et I', distants de r, s'exprime :

$$\frac{F}{L} = 2.\frac{I.I\prime}{r} \quad \text{Sans le facteur} \quad K_A = \frac{\mu_0}{4\pi} \quad \text{du système SI actuel}$$

3.6. Année 1827

Georg OHM établi la loi qui porte son nom en utilisant la conductivité d'un conducteur, sa longueur et sa section (ce qui définira la future résistance) et en utilisant les termes « force du courant » pour l'intensité, « différence des forces » pour la tension et « pouvoir conducteur » pour la conductivité.

$$U = \frac{1}{\sigma}.\frac{L}{S}.I$$



Geog OHM

Né en 1789
Mort en 1854

3.7. Année 1831

FARADAY découvre l'induction magnétique (« convertir le magnétisme en électricité ») et introduit la notion de champ. Un an avant lui, en 1830, Joseph HENRY avait découvert le phénomène d'auto-induction mais n'avait pas publié ses résultats.

$$e = -N.\frac{d\phi}{dt}$$

Loi de LENZ-FARADAY (énoncée par Emil LENZ à partir des travaux de FARADAY) : La force électromotrice (tension induite) est proportionnelle au nombre de spires N et à la vitesse de variation du flux magnétique dans le circuit. Le signe – indique que la f.em induite s'oppose à la cause qui l'a produite :

4. L'ÈRE DES MESURES ÉLECTROMAGNÉTIQUES

4.1. Année 1832

Carl Friedrich GAUSS propose de définir les mesures électriques sur le millimètre, le gramme et la seconde, puisque les grandeurs électromagnétiques s'expriment par leurs interactions mécaniques et donc en fonction des unités précédentes.

La base de ce système de mesure est la force d'AMPÈRE qui s'exprime pour des courants parallèles, infinis et distants de r :

$$\frac{F}{L} = 2.\frac{I.I'}{r}$$

On voit que dans ce système de mesure, l'intensité possède la dimension de la racine carrée d'une force.

Gauss a œuvré en faveur du système métrique décimal qu'il considérait comme le plus cohérent pour les mesures en sciences physiques.

Les mesures effectuées directement en fonction des unités de bases de la mécanique sont qualifiées de mesures absolues car elles donnent une mesure directe et non relative à une autre.

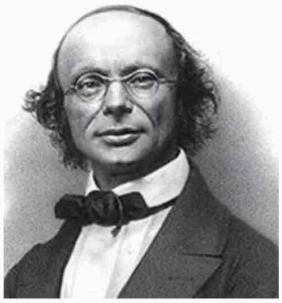


Carl Friedrich GAUSS

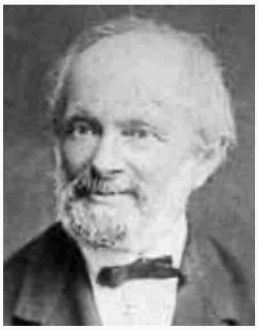
Né en 1777
Mort en 1855

4.2. De 1837 à 1843

GAUSS publie avec Wilhelm WEBER les résultats de leurs nombreuses mesures électromagnétiques effectués les années qui ont précédées. Les deux physiciens, amis dans la vie malgré leur différence d'âge, ont produit avec enthousiasme un travail fondamental pour les futurs systèmes de mesures.



Wilhelm WEBER à l'époque de ses travaux avec GAUSS



Wilhelm WEBER

Né en 1804
Mort en 1891

4.3. Année 1843

Wilhelm WEBER met au point son électrodynamomètre destiné à mesurer avec précision la force d'ampère. Cet appareil a permis de relier de façon encore plus fiable les grandeurs électromagnétiques aux unités des grandeurs mécaniques.

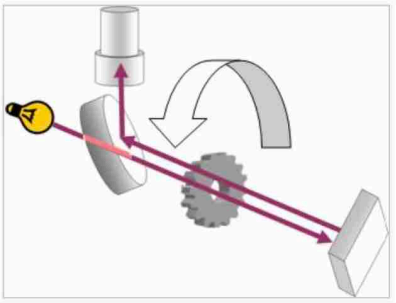


Électrodynamomètre

Le modèle ci-contre est celui construit par le physicien Henri PELLAT en 1880. La force qui s'exerce entre la bobine extérieure et la bobine intérieure est mesurée à l'aide d'un fléau de balance dont on cherche l'équilibre à l'aide d'une lunette de visée (pesage).

4.4. Année 1849

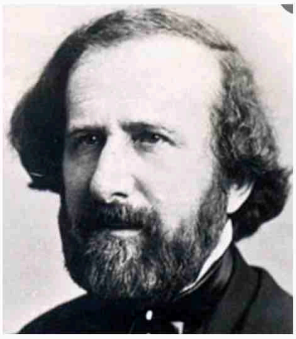
Hippolyte FIZEAU mesure la vitesse de la lumière à 315 000 km/s. Le caractère ondulatoire de la lumière avait été mis en évidence par Thomas YOUNG en 1801.



Méthode de mesure de la vitesse de la lumière avec une roue dentée.

L'appareil de FIZEAU





Il n'y a à ce moment-là, pas encore de rapport bien établi entre lumière et électromagnétisme. Pourtant Michael Faraday avait découvert 4 ans plutôt, en 1845, l'effet magnéto-optique qui porte son nom (effet Faraday).

Hippolyte FIZEAU

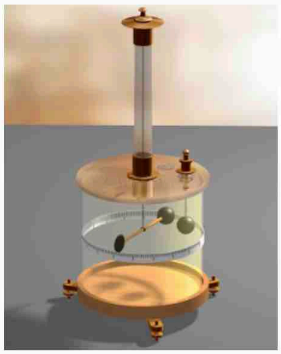
Né en 1819
Mort en 1896

4.5. Année 1850

WEBER propose d'utiliser deux systèmes de mesure (toujours basés sur le millimètre, le gramme et la seconde). Le premier pour l'électromagnétisme, déjà existant et désormais bien étalonné, est celui proposé par GAUSS et utilisé depuis 1932 et un nouveau pour l'électrostatique puisque les interactions mécaniques (Loi de Coulomb électrostatique) donnent des relations différentes avec les grandeurs mécaniques tant au niveau des valeurs que des unités.

La base de ce système de mesure électrostatique est la Loi de Coulomb qui s'exprimait :

$$F = \frac{Q.Q\prime}{r^2} \quad \text{Sans le facteur} \quad K_C = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \quad \text{du système SI actuel}$$



Balance de torsion de COULOMB

4.6. Année 1856

WEBER remarque avec Rudolf KOHLRAUSCH que les valeurs des charges issues respectivement des systèmes de mesures électrostatique et électromagnétique sont dans un rapport de vitesse et que cette vitesse est celle de la lumière :

Dans le système de mesure basé sur la loi de Coulomb, une charge est mesurée avec une valeur Q_{es} et une dimension $M^{\frac{1}{2}}L^{\frac{3}{2}}T^{-1}$ (M=Masse, L=Longueur, T=Temps).

Dans le système électromagnétique, basé sur la force d'Ampère, une charge équivalente donne une valeur différente Q_{em} avec une dimension $M^{\frac{1}{2}}L^{\frac{1}{2}}$.

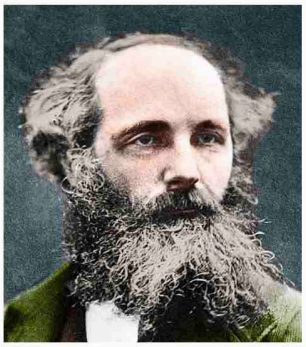
$$\text{On a en valeur et en unités :} \quad \frac{Q_{es}}{Q_{em}} = \text{vitesse de la lumière}$$

Il y a donc une incompatibilité entre les deux systèmes en raison de cette incohérence dimensionnelle. La connaissance de ce rapport permettra à Giovanni GIORGI de proposer en 1901 l'unification des deux systèmes de mesures.

5. NOUVELLES AVANCÉES THÉORIQUES

5.1. Année 1865 : unification de l'électromagnétisme par Maxwell

La découverte du rapport en « c » des charges électriques issues des deux systèmes, ainsi que la polarisation de la lumière par un champ magnétique mise en évidence par FARADAY en 1845, inspirent James Clerk MAXWELL :



James Clerk MAXWELL

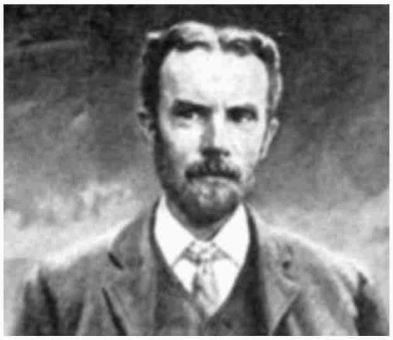
Né en 1831
Mort en 1879

A partir des travaux principalement d'AMPÈRE qu'il qualifie de « Newton de l'électricité », mais aussi de FARADAY et GAUSS, James Clerk MAXWELL développe une théorie unifiée de l'électromagnétisme qui aura des conséquences, beaucoup plus tard, au milieu du XX^{e} siècle, sur le système d'unité. La lumière est identifiée comme une onde électromagnétique.

En 1865, il présente un système de 20 équations qui régissent l'électromagnétisme en introduisant la notion de « courant de déplacement » puis en 1873 il reformule sa théorie sous forme de 8 équations.

5.2. Heaviside

En 1884, l'autodidacte et génial Oliver HEAVISIDE réduira les 8 équations de MAXWELL à 4, sous une forme correspondante aux besoins des applications pratiques électrotechniques.



Oliver HEAVISIDE

Né en 1850
Mort en 1925

Oliver HEAVISIDE a aussi établi l'expression de la force magnétique appliquée sur une charge en mouvement, (composante magnétique de la force de Lorentz).

Il suggèrera également à Giovanni GIORGI au début du XX^{e} siècle, l'utilisation du terme permittivité diélectrique ε_0 dans les expressions des forces d'Ampère et Coulomb, dans la définition du futur système d'unité MKSA.

Mais on n'en est pas encore là.

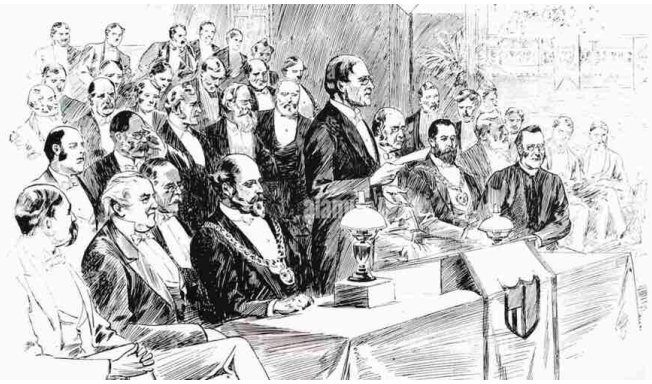
5.3. Résumé de la situation des mesures électriques à ce stade

Jusqu'en 1874 toutes les grandeurs électriques s'expriment comme des combinaisons des unités mécaniques (le millimètre le gramme et la seconde) à partir des interactions électromécaniques et sont issues, soit de la force d'Ampère (c'est le système de Gauss, il est le plus utilisé), soit de la force de Coulomb (c'est le système proposé par Weber). Les grandeurs électriques n'ont pas encore d'unités propres. Le rapport de charges identiques entre les deux systèmes est en vitesse lumière.

6. LE SYSTÈME DE MESURE CGS ET LES UNITÉS POUR LA PRATIQUE

6.1. Année 1874

Sous l'impulsion de MAXWELL et THOMSON (Lord KELVIN), le système CGS (Centimètre, Gramme Seconde) est proposé par la British Association for the Advancement of Science (BAAS, « Association britannique pour le progrès de la science ») :



La "*British Association for the Advancement of Science*" présidée par John Burdon-Sanderson en 1893.

En plus de l'adoption du système métrique décimal pour les sciences et techniques, la BAAS a également instauré, en 1874, les préfixes allant de micro à méga pour exprimer les sous-multiples ou multiples décimaux.

Dans ce nouveau système, les grandeurs mécaniques et électriques s'expriment en fonction des unités centimètre, gramme et seconde. Héritées des systèmes de GAUSS et WEBER mais en CGS, il existe donc deux variantes pour les unités électriques : le système CGS-UEM (électromagnétique) qui est le plus utilisé en raison de l'implantation historique grâce à GAUSS et le système CGS-UES (électrostatique) hérité de WEBER et qui est en rapport c ou c^2, selon les grandeurs, avec le précédent :

Grandeurs	UES	UEM	Rapport $\frac{UES}{UEM}$
I	$M^{\frac{1}{2}}.L^{\frac{3}{2}}.T^{-2}$	$M^{\frac{1}{2}}.L^{\frac{1}{2}}.T^{-1}$	c
U	$M^{\frac{1}{2}}.L^{\frac{1}{2}}.T^{-1}$	$M^{\frac{1}{2}}.L^{\frac{3}{2}}.T^{-2}$	$\frac{1}{c}$
P	$M.L^2.T^{-3}$	$M.L^2.T^{-3}$	1
R	$L^{-1}.T$	$L.T^{-1}$	$\frac{1}{c^2}$
Q	$M^{\frac{1}{2}}.L^{\frac{3}{2}}.T^{-1}$	$M^{\frac{1}{2}}.L^{\frac{1}{2}}$	c

Tableau : dimensions des systèmes UEM et UES

La BAAS fonde son système d'unités sur la force électromagnétique d'ampère (le système CGS-UEM) du fait de l'utilisation historiquement prépondérante du système de mesure électromagnétique initié par GAUSS.

La BAAS officialise la loi d'Ohm : U=R.I

Des unités plus pratiques pour l'industrie sont proposées :

- L'ohm est défini comme 10^9 unités du système CGS-UEM c'est à dire 10^9 cm/s. Cette nouvelle unité était plus appropriée pour les valeurs utilisées dans l'industrie, de plus elle était proche à 5% près de l'unité de résistance utilisée dans la pratique par les allemands que ceux-ci nommaient siemens et qui correspondait à la résistance d'un tube de mercure d'une section de 1mm^2 et 1 m de long (1SE=0,9536 ohm).

- Le volt (hommage à VOLTA) est défini comme 10^8 unités du système CGS-UEM c'est à dire $10^8 \text{g}^{1/2}.\text{cm}^{3/2}.\text{s}^{-2}$ (Car cette valeur est proche de la tension de la pile Daniell).

- Le weber (qui n'a rien à voir avec le weber de l'actuel SI) est l'ancêtre britannique de l'ampère : il est relié au volt et à l'ohm par la loi d'Ohm : 1weber = 1 volt/1ohm.

La BAAS précise l'expression de l'énergie électrique continue : W=U.I.t

En effet que ce soit en unités UEM ou UES on obtient la dimension d'un travail. Exemple : pendant une seconde, avec les valeurs de tension et courant qui correspondent aujourd'hui à un volt et un ampère :

En CGS UEM :

$$10^8 \text{ g}^{1/2}.\text{cm}^{3/2}.\text{s}^{-2} \,.\, 10^{-1} \text{ g}^{1/2}.\text{cm}^{1/2}.\text{s}^{-1} \,.\, 1s = 10^7 \text{g}.\text{cm}^2.\text{s}^{-2}$$

En CGS UES :

$$1/3 \text{ g}^{1/2}.\text{cm}^{1/2}.\text{s}^{-1} \,.\, 3 \text{ g}^{1/2}.\text{cm}^{3/2}.\text{s}^{-2} \,.\, 1s = 10^7 \text{g}.\text{cm}^2.\text{s}^{-2}$$

Les physiciens français adoptent ce système puisqu'il est indirectement basé sur le système métrique décimal et que les décisions de la BAAS sont judicieuses pour les unités électriques. Les allemands conservent le système de Gauss auquel ils sont habitués ainsi que leurs propres unités basées sur des étalons auxquels ils sont attachés pour des raisons pratiques.

6.2. Année 1881

En 1881, à lieu à Paris la première exposition internationale d'électricité.



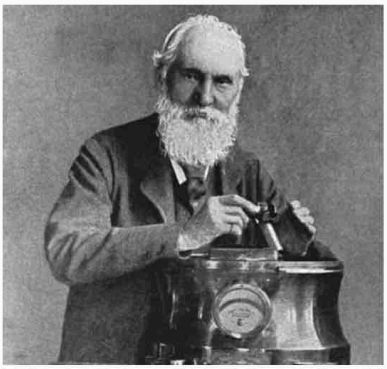
Exposition internationale d'électricité de Paris en 1881.

Palais de l'industrie

C'est lors de cette exposition que s'est réunie dans les salles du palais Trocadéro, le premier Congrès international d'électricité.

Parmi les membres de ce congrès, figure l'illustre physicien William THOMSON plus connu sous le nom de Lord KELVIN. Il avait, avec MAXWELL, impulsé l'adoption du système CGS par la BAAS.

Le kelvin deviendra en 1967 l'unité de température du système SI.



William THOMSON (Lord KELVIN)

Né en 1824
Mort en 1907

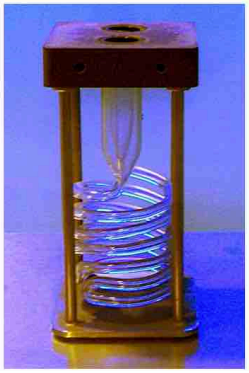
Le congrès prend les décisions suivantes :

- Adoption du système CGS.
- L'ohm et le volt conservent leurs valeurs du CGS-UEM définis en 1874 par la BAAS (10^9 pour l'ohm et 10^8 pour le volt).
- L'ohm étalon sera représenté sur le modèle du siemens allemand par une colonne de mercure d'un millimètre carré dont la longueur doit être ajustée par une commission internationale pour correspondre à sa valeur théorique (Ce sera 106 cm en 1884, affinée à 106,3 cm en 1893).

Ci-contre, l'étalon de résistance allemand (siemens de 1860) qui sert de modèle à l'étalon de l'ohm.

L'unité siemens, abandonnée en tant que résistance, a pris en 1971 une signification inverse en devenant l'unité SI de conductance :

$1S=1\Omega^{-1}$



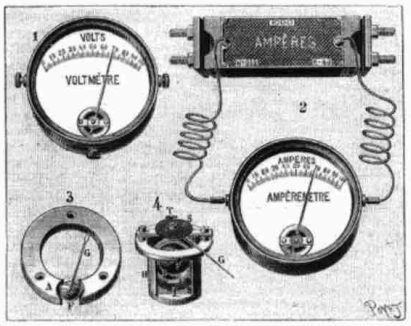
De nouvelles unités électriques sont créées, déduites de l'ohm et du volt :

- L'ampère dont c'est la première utilisation en tant qu'unité, sera l'unité du courant produit par un volt sur un ohm. Il remplace donc par cette définition, le weber britannique car il existe déjà un weber allemand de valeur proche mais différente et il y a un risque de confusion.

Ampèremètre

L'ampère vaut par sa définition théoriquement 0,1 unité CGS-UEM soit 0,1 $g^{1/2}cm^{1/2}/s$ mais cette mesure est difficile à réaliser par la force d'Ampère, c'est pourquoi il parait plus simple de le définir à partir de l'ohm et du volt.

Le nom weber en tant qu'unité d'intensité sera finalement totalement abandonné par les allemands puis repris en 1946 dans le système MKSA comme unité de flux magnétique.



- Le Coulomb est la quantité d'électricité débitée par un courant d'un ampère pendant une seconde.
- Le farad (hommage à FARADAY pour sa contribution à l'étude des diélectriques) est la capacité d'un condensateur contenant une charge d'un coulomb pour un potentiel d'un volt à ses bornes.

6.3. Année 1889

En 1889, lors d'un nouveau Congrès international d'électricité à Paris, il est décidé :

1. Le joule est l'unité de travail correspondant à un volt-coulomb (soit un volt-ampère-seconde). En effet d'après l'équivalence travail-chaleur mise en évidence par James Prescott JOULE et validée par la BAAS en 1874 : W= U.I.t donc W=U.Q. En 1840, James Prescott JOULE avait montré l'effet électrique qui porte son nom, puis l'équivalence entre chaleur et travail mécanique en 1843.



James Prescott JOULE

Né en 1818
Mort en 1889

2. Le watt est l'unité de la puissance, définie comme le quotient du travail par le temps pour le produire. Le watt correspond, en continu, à un voltampère (P=W/t= U.I). Cette dernière unité est issue du nom de l'ingénieur James WATT

James WATT est un homme du siècle précédent. Il est plus un très grand ingénieur qu'un physicien car il a surtout travaillé sur les machines à vapeur dont il a fait considérablement progresser la technologie.

On lui doit cependant ainsi qu'aux chimistes Joseph BLACK et Henry CAVENDISH, la distinction entre les notions physiques de chaleur latente et chaleur sensible.



James WATT

Né en 1736
Mort en 1819

Le choix du nom de cette nouvelle unité est une main tendue aux mécaniciens en vue d'une harmonisation, car ceux-ci tiennent leur propre congrès en parallèle.

Dans leur congrès, les mécaniciens alignent sur les électriciens, leurs définitions de la force, de la puissance et du travail souvent utilisées auparavant les unes à la place des autres :

- La puissance sera donc le quotient du travail par le temps pour le produire.
- Le travail représentera le produit d'une force par le chemin parcouru.
- Malheureusement, malgré la pression des électriciens, les mécaniciens refusent de faire évoluer leur système d'unités dépassé et conservent le kilogramme-force d'une valeur de 9,81 $kg.m/s^2$, le kilogrammètre (travail) et le cheval-vapeur (Puissance).
- D'autre part l'énergie est encore perçue comme une grandeur générale et conserve ses anciennes unités selon le contexte (kilogrammètre, calorie etc …). Toutes ces unités archaïques perdureront dans l'enseignement de la mécanique jusque dans les années 1960 obligeant les élèves à de pénibles conversions.



Le roi vapeur demande en chuchotant au roi charbon à propos du bébé électricité : « jusqu'où va t'il grandir ? »

Dessin humoristique de 1881 de l'hebdomadaire satirique Britannique « PUNCH » illustrant l'inquiétude des mécaniciens devant la montée en puissance des électriciens.

6.4. Année 1893

En 1893, l'exposition universelle se déroule à Chicago.

Exposition universelle de Chicago en 1893
(27 millions de visiteurs)

La première « grande roue »



13

Le Congrès international d'électricité est réuni de nouveau et décide :

- Le henry est l'unité de self-inductance donnant une variation de courant d'un ampère par seconde lorsqu'une tension d'un Volt est appliquée à ses bornes.
- Les unités ne seront plus définies par leurs valeurs théoriques mais par des étalons.

Ce dernier choix est malheureusement une grosse erreur car les étalons vont différer d'un pays à l'autre et on devra revenir plus tard à des définitions théoriques.

6.5. Un heureux hasard dans le choix du volt et de l'ohm

On a vu que ces deux choix ont été guidés initialement par des considérations technologiques, mais ils s'avèrerons être le résultat d'un bien heureux hasard lors du passage au système MKS. En effet l'ampère étant définit en 1881 par un volt sur un ohm il vaut :

$$10^{-1}\mathrm{g}^{1/2}\mathrm{cm}^{1/2}\mathrm{s}^{-1}$$

Ainsi le joule définit en 1889 par un volt-coulomb c'est à dire un volt-ampère-seconde, donne :

$$1\ \mathrm{J} = 10^{8}\ \mathrm{g}^{1/2}.\mathrm{cm}^{3/2}.\mathrm{s}^{-2}\ .\ 10^{-1}\ \mathrm{g}^{1/2}\mathrm{cm}^{1/2}\mathrm{s}^{-1}\ .\ 1\ \mathrm{s} = 10^{7}\ \mathrm{g.cm}^{2}.\mathrm{s}^{-2} = 1\ \mathrm{kg.m.s}^{-2}.1\ \mathrm{m}$$

Ce qui correspond au travail d'une force d'un newton (nommée unité MKS de force jusqu'en 1960) sur un mètre. Cette épatante correspondance facilitera l'adoption en 1946 du système MKSA proposé par Giovanni Giorgi en 1901. En effet, cette égalité, sans puissance de dix, entre le $\mathrm{kg.m}^{2}.\mathrm{s}^{-2}$ mécanique et le joule, unité d'énergie initialement électrique, incita les mécaniciens a adopter le joule et donc le watt au détriment de leurs unités archaïques (kilogramme force, cheval vapeur etc …). Le joule bien qu'ayant au départ été définit par l'électricité fut même définit par la mécanique avec cette définition-là. Le joule et le watt (qui correspond au précédent au temps près), sont les seules unités communes aux deux domaines. D'autres combinaisons d'unités de tension u_V et de résistance u_R auraient pu aboutir à l'égalité de puissance :

$$1u_V.1u_I = 1\ \mathrm{kg.m}^{2}.\mathrm{s}^{-3} = 1\ \mathrm{W}$$

Toutes les combinaisons donnant le rapport d'unités CGS UEM suivant, auraient pu convenir :

$$\frac{(1u_V)^2}{(1u_R)} = 10^{7}\ \mathrm{g.cm}^{2}.\mathrm{s}^{-3}$$

Avec u_V et u_R unités possibles de tension et de résistance exprimées en puissances de 10 des unités CGS UEM

Mais même en restant dans des ordres de grandeurs proches des besoins technologiques, de nombreuses combinaisons passaient à côté de ce 10^{7} et il est notable que ce soit à une part de chance qu'on doit de ne pas avoir eu des puissances de dix entre l'unité mécanique (le $\mathrm{kg.m}^{2}.\mathrm{s}^{-3}$) et le voltampère. A travers la pile Daniell et l'étalon de Siemens, la technologie à influencée ce choix qui s'avéra utile pour l'harmonisation avec la mécanique.

7. GIOVANNI GIORGI, PÈRE DU SYSTÈME DE MESURE MKSA

7.1. Critiques du système CGS

1. Le cm et le gramme sont des sous-multiples des unités définies.

2. Bien que toutes les unités électriques du système CGS-UEM venaient au départ de la mesure de la force d'AMPERE et donc de l'unité d'intensité, il n'en n'est plus rien puisqu'au contraire l'ampère est désormais défini à partir du volt et de l'ohm, eux-mêmes obtenus par étalonnage. D'autre part, les étalons varient d'un pays à l'autre.

3. On a toujours un deuxième système pour les mesures électrostatiques (le système CGS-UES) et les deux systèmes donnent des valeurs et des unités différentes, les mesures des charges sont dans un rapport de vitesse et cette vitesse est celle de la lumière.

7.2. Année 1901

Le physicien Giovanni GIORGI veut, pour supprimer tous ces inconvénients :

1. Revenir à une définition théorique directe, des grandeurs mécaniques et électriques.

2. Unifier les deux systèmes de mesures (électromagnétique et électrostatique) par l'introduction de constantes prenant en compte le rapport en vitesse lumière des charges.

C'est à l'association électrotechnique italienne que Giovanni GIORGI a présenté son nouveau système en 1901.



Giovanni GIORGI

Né en 1871
Mort en 1950

Il propose donc un nouveau système d'unités basé sur le mètre au lieu du cm et le kilogramme au lieu du gramme (ces deux unités étant définies directement) ainsi que la seconde et il suggère d'utiliser l'ampère comme nouvelle unité fondamentale de l'électricité, ce dernier étant défini par sa valeur théorique issue de la force d'Ampère.

GIORGI ne veut pas supprimer les unités électriques déjà utilisées. Or l'ampère a été défini comme un volt sur un ohm, soit $0,1$ g$^{1/2}$.cm$^{1/2}$.s^{-1} dans le système CGS UEM et correspond ainsi à une force d'Ampère de $0,02$ g.cm.s^2 d'après l'expression initiale sans constante de cette dernière, soit 2 10^{-7}kg.m.s^{-2}.

Ce sera donc sa définition dans ce nouveau système MKS :

"Un ampère est l'intensité d'un courant constant qui, s'il est maintenu dans deux conducteurs linéaires et parallèles, de longueurs infinies, de sections négligeables et distants d'un mètre dans le vide, produit entre ces deux conducteurs une force linéaire égale à 2x10^{-7} kg.m.s^{-2} ***par mètre "*** (L'unité Newton n'existe pas encore).

Note : La définition de l'ampère a été modifié dans le SI en 2019.

Il faut donc revoir l'expression de la force d'AMPÈRE et l'adapter à cette unité avec une constante K_A :

$$\frac{F_A}{L} = 2.K_A.\frac{I.I\prime}{r} \quad \text{avec} \quad K_A = 10^{-7}\ \text{kg.m.s}^{-2}.\text{A}^{-2}$$

D'autre part, pour unifier les deux systèmes de mesures, il faut adapter la loi électrostatique de COULOMB, à l'unité qui porte son nom. Mais le coulomb étant issu du système électromagnétique, il faut ajouter une constante K_C faisant le lien entre les deux systèmes :

$$F_C = K_C.\frac{Q.Q\prime}{r^2}$$

Détermination de K_C :

Par le produit Q.Q', la force de COULOMB contient des coulombs au carré, comme la force d'AMPÈRE puisqu'un ampère est égal à un coulomb par seconde. Ainsi le rapport des constantes doit respecter le rapport des charges (des systèmes UEM et UES) au carré, ce rapport étant égal à la vitesse lumière c :

$$\frac{K_C}{K_A} = \left(\frac{Q_{UES}}{Q_{UEM}}\right)^2 = c^2 \quad \text{soit} \quad K_C = K_A.c^2$$

L'idée de ce nouveau système commence à se répandre.

7.3. La rationalisation

Oliver HEAVISIDE qui a réduit à quatre les équations de MAXWELL, suggère alors à Giovanni GIORGI d'utiliser, dans les expressions des forces d'AMPÈRE et COULOMB, les termes μ_0 et ε_0, qu'il qualifie de « perméabilité magnétique et permittivité diélectrique du vide » (il est l'inventeur du deuxième terme) et de rationaliser le système par l'utilisation d'un facteur 4π. C'est à dire :

$$K_C = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \qquad K_A = \frac{\mu_0}{4\pi} \qquad \text{et donc} \quad \frac{K_C}{K_A} = \frac{1}{\mu_0\varepsilon_0} = c^2$$

Grace à quoi :

1) La formulation de la force de COULOMB exprime que l'influence d'une charge Q sur une charge Q', distante de r, est répartie sur la surface de la sphère de rayon r :

$$\vec{F} = \frac{1}{\varepsilon_0}.\frac{Q}{4\pi r^2}.Q'.\frac{\vec{r}}{r}$$

2) Il en est de même pour le champ magnétique induit par une charge Q en mouvement à la vitesse $\vec{v}$ avec la loi de BIOT et SAVART :

$$\vec{B} = \mu_0.\frac{Q}{4\pi r^2}.\vec{v} \wedge \frac{\vec{r}}{r}$$

3) Le facteur 4π qui apparaissait à l'époque dans les équations de MAXWELL disparaît et n'apparaît plus que dans les formules électriques où il a le sens d'un angle solide.

En conséquence de ces choix :

$$\mu_0 = 4\pi.10^{-7}\ \text{kg.m.A}^{-2}.\text{s}^{-2} \quad \text{et} \quad \varepsilon_0 = \frac{1}{\mu_0 c^2} = 8,854\ 187\ 82\ .\ 10^{-12}\text{F.m}^{-1}$$

A ce stade le système MKSA n'est toujours pas adopté mais l'idée de ce nouveau système rationalisé fait très lentement son chemin.

Anecdote : Heaviside fulminait contre le facteur 4π qui apparaissait dans les équations de Maxwell : il le jugeait « particulièrement odieux et trompeur » et le nommait « l'excroissance », ajoutant : *« En privé j'utilise des unités qui s'en débarrassent complètement, puis pour la publication, j'assaisonne généreusement de 4π pour convenir au goût des lecteurs nourris d'unités B.A.*»* (*British Association). Extraits de : Electrical papers. V.1, 1892 : Macmillan and Co.

8. LE SYSTÈME MKSA PUIS SI

8.1. Le MKSA

En 1946, presqu'un demi-siècle après sa proposition initiale, lors de la 9eme conférence générale des poids et mesures, le système MKS de GIORGI avec ses définitions des unités électriques est enfin adopté comme système international d'unités (résolution 2).

L'ampère avec sa définition théorique (GIORGI 1901) est donc ajouté comme unité fondamentale à ce nouveau système qui devient de ce fait, le système MKSA.

L'unité de force (futur newton) définie à 1 kg.m.s^{-2}, reste une unité mécanique dérivée sans nom, appelée unité MKS de force. Les unités de puissance et d'énergie issues de l'électricité, le watt et le joule, s'appliquent désormais à la mécanique et le joule se définit même par elle, il reçoit donc une définition qui n'est plus électrique : il correspond au travail de l'unité de force sur un mètre.

$$W = F.L \qquad 1\ J = 1\ \text{Kg.m.s}^{-2}\ .\ 1\ \text{m}$$

Une puissance d'un watt correspond toujours au travail d'un joule produit en une seconde.

$$P = \frac{W}{t} \qquad 1\ \text{W} = \frac{1\ \text{J}}{1\ \text{s}}$$

Le volt est défini comme la tension continue qui sous un ampère donne un watt.

$$U = \frac{P}{I} \qquad 1\ \text{V} = \frac{1\ \text{W}}{1\ \text{A}}$$

Le weber est défini comme le flux magnétique dans le circuit d'une seule spire (n=1), qui produit une force électromotrice d'un volt lors d'une décroissance uniforme d'une seconde.

$$e = -n.\frac{d\phi}{dt} \qquad 1\ \text{V} = -1.\frac{-\ 1\text{Wb}}{1\ \text{s}} \qquad \Rightarrow \qquad 1\ \text{Wb} = 1\ \text{V.s}$$

8.2. Le SI

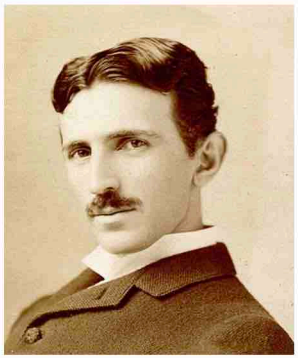
En 1954, L'unité de température thermodynamique (dont le nom kelvin ne sera véritablement donné qu'en 1967) et le candela sont ajoutées en tant qu'unités fondamentales.

En 1956, Le système MKSA, après l'ajout du kelvin et du candela comme unités fondamentales en 1954, prend le nom de « Système International d'unités ».

En 1960, l'unité MKSA de champ d'induction magnétique (un weber/m2), prend le nom de tesla.

$$\phi = B.S \qquad 1\text{Wb} \;=\; 1\text{T}.\,1\text{m}^2 \qquad 1\text{T} \;= 1\,\frac{\text{Wb}}{\text{m}^2}$$

Nikola TESLA est un ingénieur et inventeur qui a démontré l'avantage du courant alternatif dans la production, le transport et la distribution de l'énergie électrique. On lui doit donc notre système actuel. Il est également l'un des inventeurs du moteur asynchrone, moteur électrique correspondant à plus de 80% des applications.
Il a environ 300 brevets à son actif.



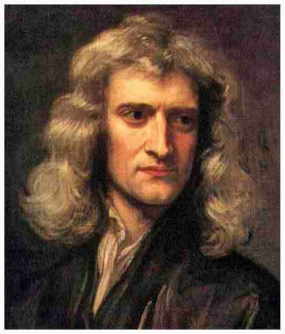
Nikola TESLA

Né en 1856
Mort en 1943

A cette même conférence, l'unité MKS de force prend enfin celui de newton : $1\ \text{N} = 1\ \text{kg.m.s}^{-2}$



Isaac Newton devenu le personnage d'un gag récurent de bande dessinée sous le crayon du dessinateur Marcel Gotlib



Isaac NEWTON

Né en 1642
Mort en 1726

Isaac Newton est parmi les derniers dont le nom soit pris comme unité, il a pourtant été l'un des premiers grands scientifiques et il a inspiré tous les autres.

En 1971, la mole a été ajoutée comme unité fondamentale.

En 2018, les sept unités SI de base ont reçues de nouvelles définitions extrêmement précises qui les ont éloignées de leur définition d'origine, l'ampère est désormais défini par son sens réel de débit d'électrons.

Remarque importante : L'ampère a perdu en 2018 sa définition issue de la force d'ampère mais les équations électriques, ajustées par des constantes (perméabilité et permittivité) aux valeurs qu'expriment cette unité, demeurent. Il ne faut donc jamais perdre de vue que les valeurs de ces constantes sont dues au choix qui ont été fait par le passé pour définir cette unité. Si le choix de l'unité de courant électrique avait été autre, on aurait toujours :

$$\frac{1}{\mu_0 \varepsilon_0} = c^2$$

Mais ce seraient les valeurs de $\mu_0$et de ε_0 qui seraient différentes. Cette relation est la conséquence de l'incompatibilité initiale entre les systèmes UEM et UES, constatée par Weber et Kohlrausch en 1856 et de l'uniformisation des lois lors du passage au MKSA.

REFERENCES

[1] Borvon, G., *Histoire de l'electricite, de l'ambre a l'electron*. Paris: Vuibert, 2009.

[2] Blondel, C. and G. Borvon, "Les unites electriques et leur unification," Histoire de l'électricité et du magnetisme, 2008, https://ampere-archives.fr/histoire-electricite/parcours-historique/unites-electriques/unification.

[3] Blavier, E. E., *Des grandeurs electriques et de leur mesure en unites absolues*. Paris: Dunod, 1881.

[4] Blondel, C. and G. Borvon, "Le coulomb, l'ampere, le volt, le watt, l'ohm," Histoire de l'électricité et du magnetisme, 2008, https://ampere-archives.fr/histoire-electricite/parcours-historique/unites-electriques/histoire.

[5] Heaviside, O., *Electrical papers VOL.I*. London: Macmillan and co, 1892.

[6] Fleury, P., "Coordination des unites mecaniques et electriques en un systeme pratique international : formules classiques ou rationalisees," *Journal de Physique et le Radium*, Vol. 9, 1948, https://hal.science/jpa-00234082/document.

[7] Darrigol, O., *Les equations de Maxwell de MacCullagh a Lorentz*. Paris: Belin, 2005.

[8] Maxwell, J. C., *Traite d'electricite et de magnetisme. tomes I et II (traduction de la 2eme edition anglaise par G. Seligmann-Lui)*. Paris: Gauthier-Villars, 1885.

[9] Bruhat, G., *Electricite, Cours de Physique Generale, 8eme edition revue par Georges GOUDET*. Paris: Masson & Cie, 1963.

LA PHYSIQUE REVISITÉE

The complicated history of electric units : implications on SI expressions

Jean-Marc, Augustin ROUX[1]
[1]Professeur Agrégé

La physique revisitée, Numéro 1, pages 42-59
Publié le 03 09 2025
DOI : 10.5281/zenodo.20382518
Licence: CC BY 4.0 †

This article on the history of science accompanies the scientific article:
Resolution of the inconsistency of the initial laws of electromagnetism, implications and perspectives

ABSTRACT: The International System of Units has only existed since 1946 and it was developed after a very long process that depended on the evolution of our understanding of electromagnetism.

This article aims to highlight the interconnections between mechanics and electromagnetism that have influenced the choice of units.

It is through a pedagogical approach to progress in understanding electrical phenomena that we will follow this construction of the system of units in general and of electrical units in particular.

it appears that the choice of electrical units was conditioned by the predominant use of the electromechanical measurement system based on magnetic force, CGS EMU, to the detriment of the measurement system based on electrostatic force, CGS ESU. These two systems were incompatible and had a ratio in the speed of light. Furthermore, the expressions for these forces failed to account for the solid angle 4π, which consequently appeared unjustifiably in Maxwell's equations; the rationalization proposed by Heaviside resolved this problem.

The article shows that this rationalization and incompatibility between these two systems necessitated, during their unification, the use of two constants to adjust the expressions for Ampère and Coulomb forces to the electrical units defined in the CGS UEM system. We call these constants the permeability and permittivity of free space.

keywords: EMU, ESU, International System of Units , CGS system

RÉSUMÉ : Le système international d'unités n'existe que depuis 1946 et il s'est élaboré après un très long processus qui a dépendu de l'évolution de notre compréhension de l'électromagnétisme.

Cet article vise à mettre en lumière les imbrications entre mécanique et électromagnétisme qui ont conditionnées les choix d'unités.

C'est par un cheminement pédagogique des progrès dans la compréhension des phénomènes électriques que l'on va suivre cette construction du système d'unités en général et des unités électriques en particulier.

Il apparait que les choix d'unités électriques ont été conditionnés par l'utilisation prépondérante du système de mesure électromécanique basé sur la force magnétique, le CGS UEM, au détriment du système de mesure basé sur la force électrostatique, le CGS UES. Ces deux systèmes étaient incompatibles et présentaient un rapport en vitesse lumière. D'autre part il manquait dans les expressions de ces forces la prise en compte de l'angle solide 4π qui en conséquence apparaissait de façon non justifiée dans les équations de Maxwell, la rationalisation voulue par Heaviside résolue ce problème.

L'article montre que cette rationalisation et cette incompatibilité entre ces deux systèmes a imposé, lors de leur unification, l'utilisation de deux constantes permettant d'ajuster les expressions des forces d'Ampère et Coulomb aux unités électriques qui avaient été définies dans le système CGS UEM. Nous appelons ces constantes perméabilité et permittivité du vide.

Mots clés : UEM , UES, système international d'unités, système CGS

1. FIRST DISCOVERIES

1.1. Year 1733

Charles DUFAY distinguished two different types of electricity: vitreous electricity (positive charge) or resinous electricity (negative charge) which repel each other when they are identical and attract each other when they are different.

Charles Dufay was the first to take a scientific approach to the electrical phenomenon, which until then had only served as a form of entertainment in salons. He published various memoirs in several fields (geometry, anatomy, chemistry, etc.).



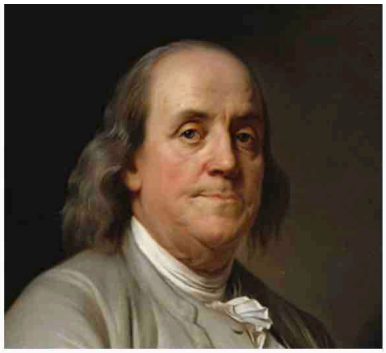
Charles DUFAY

Born in 1698
Died in 1739

1.2. Year 1750

Benjamin FRANKLIN developed the theory of the electric fluid in “plus” or “minus” (gain or loss).

Unfortunately, FRANKLIN lacks knowledge of DUFAY's work on the two types of static electricity. "Plus" and "Minus" are therefore not the new convention for designating them (a meaning they would later take on). These are terms that mean gain or loss of electricity. The notion of current is not far off.



Benjamin FRANKLIN in 1778

Born in 1706
Died in 1790

1.3. Year 1771

Henry CAVENDISH introduced the notion of “degree of electrification” (potential).

With Cavendish, the concepts of charges, potentials, and even resistances became clearer. He is therefore the precursor of Ohm's law.

Outside the electrical field, he was the first to measure the gravitational constant as well as the density of the Earth in 1798, inspired by the method used by COULOMB for electrical charges.



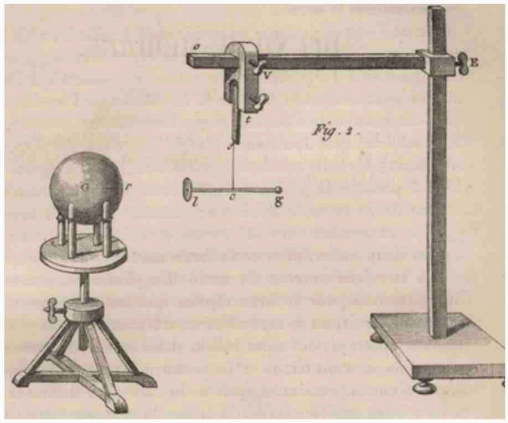
Henry CAVENDISH

Born in 1731
Died in 1810

1.4. Year 1785

Charles COULOMB established the law which gives the force of interaction in 1/d2 between two charges (first dimensional formulation of an electro-mechanical phenomenon):

”The repulsive force of two small electrified globes of the same type of electricity is inversely proportional to the square of the distance from the center of the two globes”





Charles COULOMB

Born in 1736
Died in 1806

Measurement of electrical force :

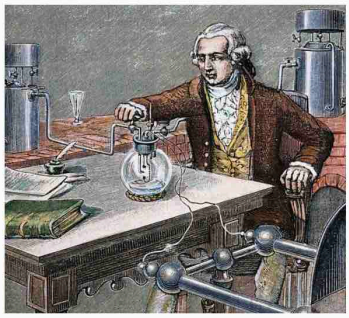
Coulomb used a trick to calculate the electrostatic interaction force: he measured the period of oscillations around the equilibrium position (the force being proportional to the square of the frequency).

2. FRENCH REVOLUTION AND REFORMS OF WEIGHTS AND MEASURES

The basis of mechanical units and future electrical units

2.1. Year 1789

Antoine LAVOISIER advocated for the decimal system and in 1790 a commission composed of BORDA, CONDORCET, LAGRANGE, LAVOISIER and TILLET, submitted the report that imposed the decimal system for currency. He had decimal mass boxes made for the precision balances he used in his chemistry.



The chemist LAVOISIER determining the formation of water.



Antoine LAVOISIER

Born in 1743
Guillotined in 1794

After the execution of LAVOISIER, under "the terror", the mathematician Louis LAGRANGE commented: "It only took them a moment to bring down this head and a hundred years, perhaps, will not be enough to reproduce a similar one."

2.2. Year 1791

The meter was defined by a commission composed of Borda, Condorcet, Lagrange, Laplace and Monge, as being 10 millionth of a quarter of the terrestrial meridian (meridian in the astronomical sense of the time: circumference). The reason for this choice was motivated by the fact that it was a basis independent of local susceptibilities, because it was common to all humanity (universalism). The measurement was carried out by triangulation..

The mathematicians and astronomers Pierre MECHAIN (1744-1804) and Jean-Baptiste DELAMBRE (1749-1822) measured the meridian by triangulation.







2.3. Year 1795

the decimal metric system was established by law. The kilogram is defined as the mass of one cubic decimeter of distilled water at 0°C. Standards are reproducible thanks to this definition.



Kilogram standard serving as an international reference kept at the International Bureau of Weights and Measures in Sèvres (under several Russian doll bells).

The division of time into hours, minutes and seconds, although not decimal, is not questioned because, unlike the units of length and weight, its use is already universal.

3. THE GREAT DISCOVERIES

3.1. Year 1800

Alessandro VOLTA invented the battery (electrolysis) and thus ended a controversy (one of the first ”scientific wars”) between the ”metallic electricity” he wanted to demonstrate and the ”animal electricity” of Luigi Galvani. The myth of ”animal electricity” would persist for a while and fuel science fiction with Mary Shelley’s 1818 novel, ”Frankenstein or the Modern Phenomenon.”



Voltaic pile

Stack of alternating zinc and silver discs, separated by cardboard or blotting paper soaked in salt water.

VOLTA designed this battery to demonstrate that electricity was not of biological origin but of chemical origin.



Alessandro VOLTA

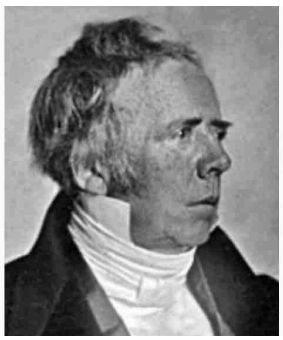
Born in 1745
Died 1827

3.2. April 1820

Hans Christian ØERSTED observed, during a lecture to his students, that the direction of a compass was deflected in the presence of an electric current. He did not yet have an explanation, but he had the good idea of publishing this observation immediately.

ØERSTED's observation triggered considerable enthusiasm in Europe and all its scientists looked into the question.

In reality, the magnetic effects of electricity were discovered in 1802 by Gian Domenico ROMAGNOSI, who published them, but unfortunately they were almost ignored.



Hans Christian ØERSTED

Born in 1777
Died in 1851

3.3. September 1820

André-Marie AMPÈRE became interested in the phenomenon observed by ØERSTED and discovered that the direction in which the compass needle moved depended on the direction of the electric current flowing nearby and deduced the so-called ”Ampère’s man” rule. He demonstrated the interactions between currents and attributed magnetism to the existence of electric currents, including those inside magnets; the phenomena were thus described as ”electrodynamic”.

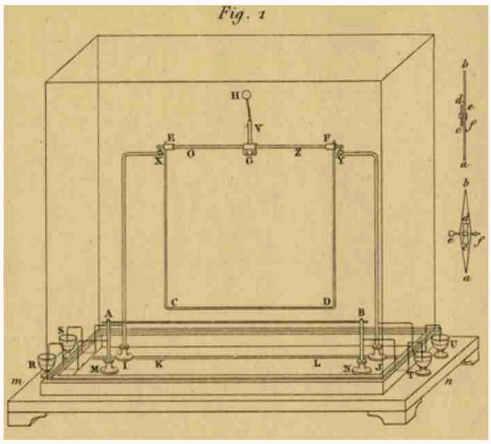


Figure of the device highlighting the electrodynamic force (interaction between currents).



André-Marie AMPÈRE

Born in 1775
Died in 1836

3.4. Year 1821

Michael FARADAY demonstrated ”an electromagnetic rotation” based on the interaction between a moving current conductor and a fixed magnetic field (the inverse of ØESTERD’s experiment), which was in fact the first electric motor.

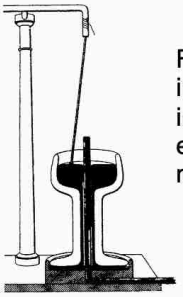
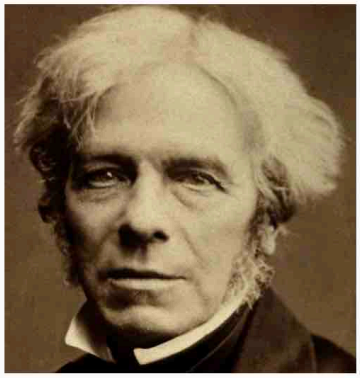


Figure of the "first" electric motor: A metal rod is immersed in a bath of mercury (conductive metal) in the center of which is a fixed magnet. When an electric current passes through the rod, it starts to move around the pole of the magnet.



Michael FARADAY

Portrait in 1842



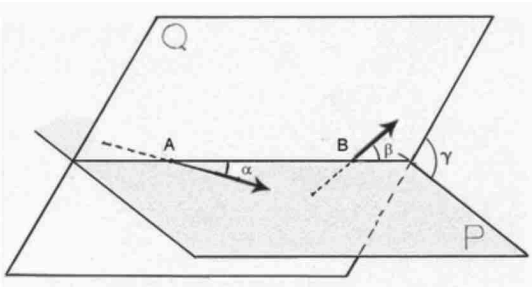
Michael FARADAY

Born in 1791
Died in 1867

3.5. Year 1826

AMPÈRE published his ”theory of electrodynamic phenomena” which were formalized mathematically for the first time: He expressed the forces of interaction between magnets and currents (Laplace Force) and the mutual forces between currents (AMPÈRE Force). He distinguished ”voltage electricity” (electric potential) from ”current electricity” (electrodynamics).

The formulation of the electrodynamic force (between currents) is a fundamental work based on four qualitative experimental facts using the “equilibrium case method” and allowing the development of the theoretical model1. It will lead to considerable progress.



AMPÈRE's fundamental formula expresses the force exerted on each other by two infinitesimal current elements I.ds and I'ds', placed at a distance r from each other and with relative orientations defined by the three angles α, β and γ.

The current element I.ds in A is located in the plane P.
The current element I'.ds' in B is located in the plane Q.

$$F = \frac{I\ I' ds\ ds' (\sin\alpha \sin\beta \cos\gamma - \frac{1}{2}\cos\alpha\cos\beta)}{r^2}$$

Reduced to the case where the planes P and Q are merged ($\gamma = 0$) and where the angles α and β are right angles, the force is expressed:

$$F = \frac{I\ I' ds\ ds'}{r^2}$$

ATTENTION :

The elements ds and ds' are infinitesimal, it is not the expression of a force with macroscopic lengths.

Details about AMPÈRE's force and the *"electrodynamic"* or *"electromagnetic"* formulations:

The expression of the *"electrodynamic"* force defined by Ampère concerns infinitesimal current elements ds and ds'. In this *"electrodynamic"* expression, ds and ds' should not be replaced by macroscopic length values (this would give a result that is half as small).

Progress in vector mathematical writing, as well as the joint use of LAPLACE's law and that of BIOT and SAVART, will allow a theoretical electromagnetic formulation of the forces acting on conductors.

Thus the *"electromagnetic"* force, also called AMPERE force, is a force per unit length, which for two parallel, rectilinear and infinite conductors, of direct currents I and I', distant from r, is expressed:

$$\frac{F}{L} = 2.\frac{I.\ I\prime}{r}$$ Without the factor $K_A = \frac{\mu_0}{4\pi}$ of the current SI system

3.6. Year 1827

Georg OHM established the law that bears his name using the conductivity of a conductor, its length and its cross-section and using the terms "current strength" for intensity, "difference of forces" for voltage and "conducting power" for conductivity.

$$U = \frac{1}{\sigma}.\frac{L}{S}.I$$



Geog OHM

Born in 1789
Died in 1854

3.7. Year 1831

Faraday discovered magnetic induction ("converting magnetism into electricity") and introduced the concept of a field. A year before him, in 1830, Joseph Henry had discovered the phenomenon of self-induction but had not published his results.

$$e = -N.\frac{d\phi}{dt}$$

LENZ-FARADAY Law (stated by Emil LENZ based on FARADAY's work): The electromotive force (induced voltage) is proportional to the number of turns N and the rate of change of the magnetic flux in the circuit. The - sign indicates that the induced emf opposes the cause that produced it :

4. THE ERA OF ELECTROMAGNETIC MEASUREMENTS

4.1. Year 1832

Carl Friedrich GAUSS proposed defining electrical measurements in millimeters, grams and seconds, since electromagnetic quantities are expressed by their mechanical interactions.

The basis of this measuring system is the AMPÈRE force which is expressed for parallel, infinite currents separated by r:

$$\frac{F}{L} = 2.\frac{I.I\prime}{r}$$

We see that in this measurement system, the intensity has the dimension of the square root of a force.

Gauss advocated for the decimal metric system, which he considered the most consistent for measurements in physical sciences.

Measurements made directly in relation to the basic units of mechanics are called absolute measurements because they give a direct measurement and not a measurement relative to another.

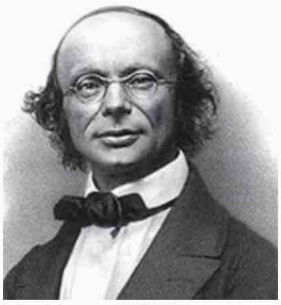


Carl Friedrich GAUSS

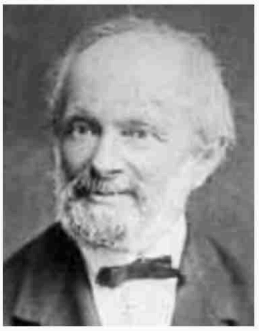
Born in 1777
Died in 1855

4.2. From 1837 to 1843

Gauss and Wilhelm Weber published the results of their numerous electromagnetic measurements carried out in the preceding years. The two physicists, friends in life despite their age difference, enthusiastically produced fundamental work for future measurement systems.



Wilhelm WEBER at the time of his work with GAUSS



Wilhelm WEBER

Né en 1804
Mort en 1891

4.3. Year 1843

Wilhelm Weber developed his electrodynamometer for accurately measuring Ampere's force. This device made it possible to more reliably link electromagnetic quantities to the units of mechanical quantities.

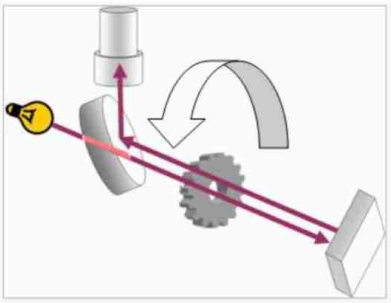


Electrodynamometer

The model opposite is the one built by the physicist Henri PELLAT in 1880. The force exerted between the outer coil and the inner coil is measured using a balance beam whose balance is sought using a sighting telescope (weighing).

4.4. Year 1849

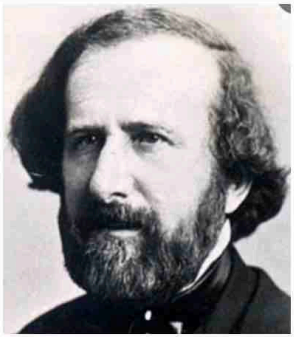
Hippolyte FIZEAU measured the speed of light at 315,000 km/s. The wave-like nature of light had been demonstrated by Thomas YOUNG in 1801.



Method of measuring the speed of light with a gear wheel.

The FIZEAU apparatus





At that time, there was still no well-established relationship between light and electromagnetism. However, four years earlier, in 1845, Michael Faraday had discovered the magneto-optical effect that bears his name (the Faraday effect).

Hippolyte FIZEAU

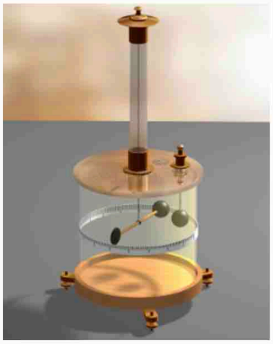
Born in 1819
Died in 1896

4.5. Year 1850

WEBER proposed using two measurement systems (still based on the millimeter, the gram and the second). The first for electromagnetism, already existing and now well calibrated, is that proposed by GAUSS and used since 1932 and a new one for electrostatics since mechanical interactions (electrostatic Coulomb's Law) give different relationships with mechanical quantities both in terms of values and units.

The basis of this electrostatic measuring system is Coulomb's Law which was expressed:

$$F = \frac{Q.Q\prime}{r^2} \quad \text{without the factor} \quad K_C = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \quad \text{of the current SI system}$$



COULOMB torsion balance

4.6. Year 1856

WEBER noted with Rudolf KOHLRAUSCH that the values of the charges resulting from the electrostatic and electromagnetic measurement systems respectively are in a speed ratio and that this speed is that of light:

In the measurement system based on Coulomb's law, a charge is measured with a value Q_{es} and a dimension $M^{\frac{1}{2}}L^{\frac{3}{2}}T^{-1}$ (M=Mass, L=Length, T=Time).

In the electromagnetic system, based on Ampere's force, an equivalent charge gives a different value Q_{em} with a dimension $M^{\frac{1}{2}}L^{\frac{1}{2}}$.

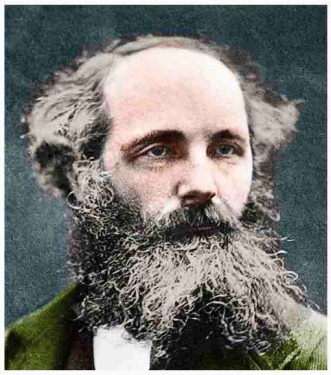
$$\text{We have in value and in units:} \quad \frac{Q_{es}}{Q_{em}} = \text{speed of light}$$

Therefore, there is an incompatibility between the two systems due to this dimensional inconsistency. Knowledge of this relationship allowed Giovanni Giorgi to propose the unification of the two measurement systems in 1901.

5. NEW THEORETICAL ADVANCES

5.1. Year 1865: Unification of electromagnetism by Maxwell

The discovery of the ratio in ”c” of the electric charges from the two systems, as well as the polarization of light by a magnetic field highlighted by FARADAY in 1845, inspired James Clerk MAXWELL:



James Clerk MAXWELL

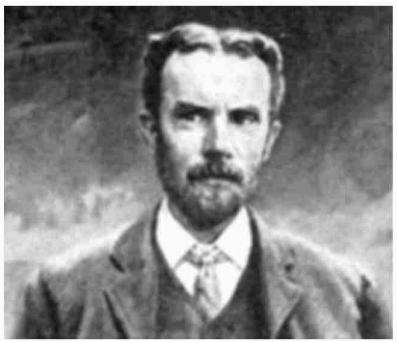
Born in 1831
Died in 1879

Based primarily on the work of AMPÈRE, whom he called the ”Newton of electricity,” but also of FARADAY and GAUSS, James Clerk MAXWELL developed a unified theory of electromagnetism that would have consequences, much later, in the middle of the 20th century, on the unit system. Light is identified as an electromagnetic wave.

In 1865, he presented a system of 20 equations which govern electromagnetism by introducing the notion of “displacement current” then in 1873 he reformulated his theory in the form of 8 equations.

5.2. Heaviside

In 1884, the self-taught and brilliant Oliver HEAVISIDE reduced MAXWELL’s 8 equations to 4, in a form corresponding to the needs of practical electrotechnical applications.



Oliver HEAVISIDE

Born in 1850
Died in 1925

Oliver HEAVISIDE also established the expression for the magnetic force applied to a moving charge (magnetic component of the Lorentz force).

He also suggested to Giovanni Giorgi, at the beginning of the 20th century, the use of the term dielectric permittivity ε_0 in expressions for the Ampere and Coulomb forces, in the definition of the future MKSA unit system.

But we’re not there yet.

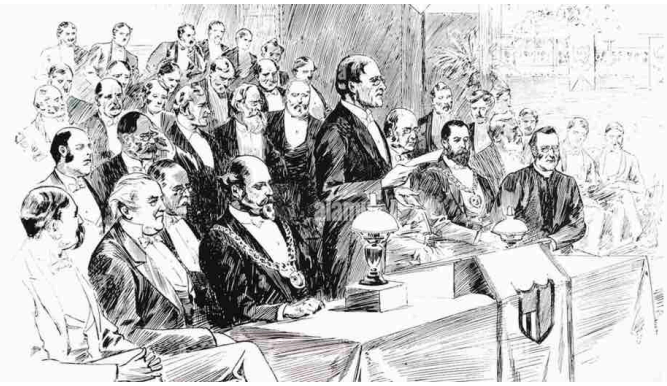
5.3. Summary of the electrical measurement situation at this stage

Until 1874, all electrical quantities were expressed as combinations of mechanical units (the millimeter, the gram, and the second) based on electromechanical interactions and were derived either from Ampère’s force (this is the Gauss system, the most widely used), or from Coulomb’s force (this is the system proposed by Weber). Electrical quantities did not yet have their own units. The ratio of identical charges between the two systems is the speed of light.

6. THE CGS MEASUREMENT SYSTEM AND UNITS FOR PRACTICE

6.1. Year 1874

Under the impetus of MAXWELL and THOMSON (Lord KELVIN), the CGS system (Centimeter, Gram Second) was proposed by the British Association for the Advancement of Science (BAAS) :



The British Association for the Advancement of Science, chaired by John Burdon-Sanderson in 1893.

In addition to adopting the decimal metric system for science and technology, the BAAS also introduced, in 1874, the prefixes from micro to mega to express decimal sub-multiples or multiples.

In this new system, mechanical and electrical quantities are expressed in terms of the units centimeter, gram and second. Inherited from the GAUSS and WEBER systems but in CGS, there are therefore two variants for electrical units: the CGS-EMU system (electromagnetic) which is the most used due to the historical implementation thanks to GAUSS and the CGS-ESU system (electrostatic) inherited from WEBER and which is in relation c or c^2, depending on the quantities, with the previous one:

Quantities	UES	UEM	Ratio $\frac{UES}{UEM}$
I	$M^{\frac{1}{2}}.L^{\frac{3}{2}}.T^{-2}$	$M^{\frac{1}{2}}.L^{\frac{1}{2}}.T^{-1}$	c
U	$M^{\frac{1}{2}}.L^{\frac{1}{2}}.T^{-1}$	$M^{\frac{1}{2}}.L^{\frac{3}{2}}.T^{-2}$	$\frac{1}{c}$
P	$M.L^2.T^{-3}$	$M.L^2.T^{-3}$	1
R	$L^{-1}.T$	$L.T^{-1}$	$\frac{1}{c^2}$
Q	$M^{\frac{1}{2}}.L^{\frac{3}{2}}.T^{-1}$	$M^{\frac{1}{2}}.L^{\frac{1}{2}}$	c

Table : dimensions of EMU and ESU systems

The BAAS bases its system of units on Ampere's electromagnetic force (the CGS-EMU system) due to the historically predominant use of the electromagnetic measurement system initiated by GAUSS.

The BAAS formalizes Ohm's law: U=R.I

More practical units for industry are offered:

- The ohm is defined as 10^9 units of the CGS-EMU system, i.e. 10^9 cm/s. This new unit was more appropriate for the values used in industry, and was also close to within 5% of the resistance unit used in practice by the Germans, which they called Siemens, and which corresponded to the resistance of a mercury tube with a cross-section of 1mm^2 and 1 m long (1SE=0,9536 ohm).

- The volt (tribute to VOLTA) is defined as 10^8 units of the CGS-EMU system, that is to say $10^8 \text{g}^{1/2}.\text{cm}^{3/2}.\text{s}^{-2}$ (Because this value is close to the voltage of the Daniell battery).

- The weber (which has nothing to do with the weber of the current SI) is the British ancestor of the ampere: it is linked to the volt and the ohm by Ohm's law: 1weber = 1 volt/1ohm.

The BAAS specifies the expression of continuous electrical energy: W=U.I.t

Indeed, whether in EMU or ESU units, we obtain the dimension of a work. Example: for one second, with the voltage and current values which today correspond to one volt and one ampere:

In CGS EMU:

$$10^8 \text{ g}^{1/2}.\text{cm}^{3/2}.\text{s}^{-2} \text{ . } 10^{-1} \text{ g}^{1/2}.\text{cm}^{1/2}.\text{s}^{-1} \text{ . } 1s = 10^7 \text{g}.\text{cm}^2.\text{s}^{-2}$$

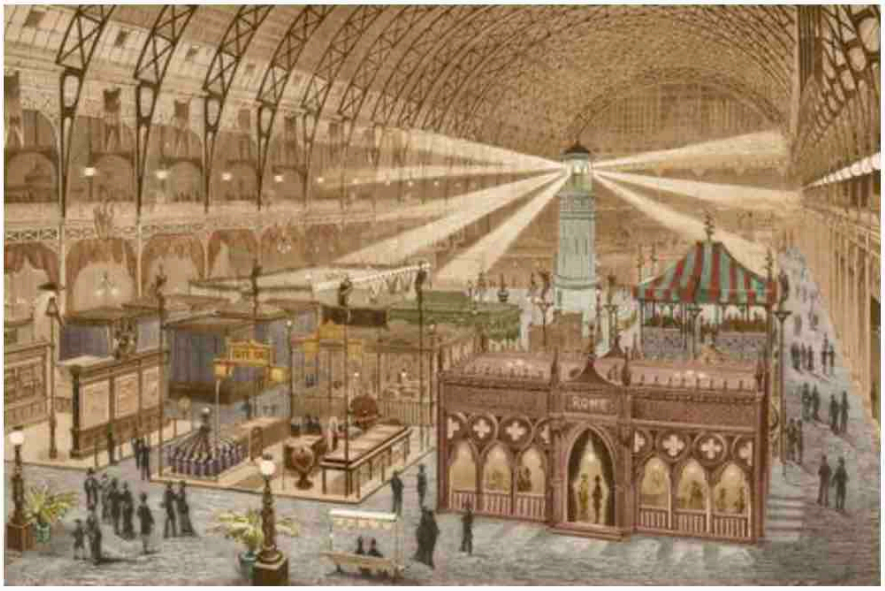
In CGS ESU:

$$1/3 \text{ g}^{1/2}.\text{cm}^{1/2}.\text{s}^{-1} \text{ . } 3 \text{ g}^{1/2}.\text{cm}^{3/2}.\text{s}^{-2} \text{ . } 1s = 10^7 \text{g}.\text{cm}^2.\text{s}^{-2}$$

French physicists adopted this system because it was indirectly based on the decimal metric system and the BAAS decisions were sound for electrical units. The Germans retained the Gaussian system to which they were accustomed as well as their own units based on standards to which they were attached for practical reasons.

6.2. Year 1881

In 1881, the first international electricity exhibition took place in Paris.



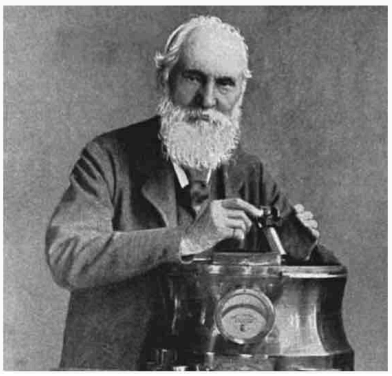
International Electricity Exhibition in Paris in 1881.

Palace of Industry

It was during this exhibition that the first International Congress of Electricity was held in the halls of the Trocadéro Palace.

Among the members of this congress was the illustrious physicist William THOMSON, better known as Lord KELVIN. He had, along with MAXWELL, driven the adoption of the CGS system by the BAAS.

In 1967, the kelvin became the unit of temperature in the SI system.



William THOMSON (Lord KELVIN)

Born in 1824
Died in 1907

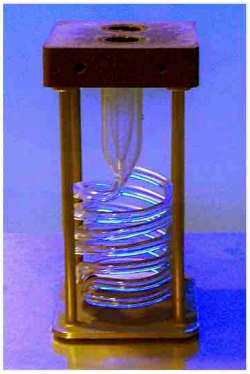
The Congress takes the following decisions:

- Adoption of the CGS system.
- The ohm and the volt retain their CGS-EMU values defined in 1874 by the BAAS (10^9 for the ohm and 10^8 for the volt).
- The standard ohm will be represented on the model of the German Siemens by a column of mercury of one square millimeter whose length must be adjusted by an international commission to correspond to its theoretical value (It will be 106 cm in 1884, refined to 106.3 cm in 1893).

Opposite, the German resistance standard (Siemens from 1860) which serves as a model for the ohm standard.

The unit siemens, abandoned as resistance, took on an inverse meaning in 1971 by becoming the SI unit of conductance:

$1S=1\Omega^{-1}$



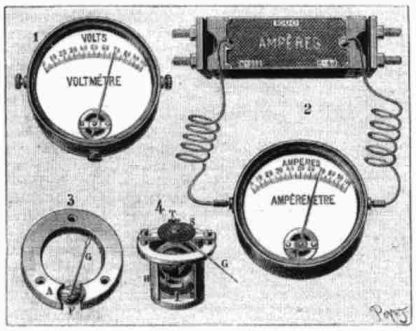
New electrical units are created, deduced from the ohm and the volt:

- The ampere, which is being used for the first time as a unit, will be the unit of current produced by one volt on one ohm. This definition therefore replaces the British weber because there already exists a German weber of similar but different value and there is a risk of confusion.

Amperemeter

The ampere is theoretically defined as 0.1 CGS-EMU unit or 0,1 $g^{1/2}cm^{1/2}/s$, but this measurement is difficult to achieve using Ampere's force, which is why it seems simpler to define it using the ohm and the volt.

The name weber as a unit of intensity was finally completely abandoned by the Germans and then taken up in 1946 in the MKSA system as a unit of magnetic flux.



- The Coulomb is the quantity of electricity delivered by a current of one ampere during one second.
- - The farad (tribute to FARADAY for his contribution to the study of dielectrics) is the capacity of a capacitor containing a charge of one coulomb for a potential of one volt at its terminals.

6.3. Year 1889

In 1889, at a new International Congress of Electricity in Paris, it was decided:

1. - The joule is the unit of work corresponding to a volt-coulomb (i.e. a volt-ampere-second). Indeed, according to the work-heat equivalence highlighted by James Prescott JOULE and validated by the BAAS in 1874: W= U.I.t therefore W=U.Q. In 1840, James Prescott JOULE demonstrated the electrical effect that bears his name, then the equivalence between heat and mechanical work in 1843.



James Prescott JOULE

Born in 1818
Died in 1889

2. - The watt is the unit of power, defined as the quotient of work by the time to produce it. The watt corresponds, continuously, to one volt-ampere (P=W/t= U.I). This last unit is named after the engineer James WATT.

James Watt was a man from the previous century. He was more of a great engineer than a physicist, as he worked primarily on steam engines, the technology of which he significantly advanced.

However, we owe to him, as well as to the chemists Joseph BLACK and Henry CAVENDISH, the distinction between the physical notions of latent heat and sensible heat.



James WATT

Born in 1736
Died in 1819

The choice of the name of this new unit is a outstretched handé to the mechanics with a view to harmonization, because they are holding their own congress in parallel.

In their congress, the mechanicians aligned their definitions of force, power and work, often used in place of each other, with the electricians:

- Power will therefore be the quotient of work by the time to produce it.
- The work will represent the product of a force by the path traveled.
- Unfortunately, despite pressure from the electricians, the mechanics refused to change their outdated system of units and kept the kilogram-force with a value of 9,81 $kg.m/s^2$, the kilogrammeter (work) and the horsepower (power).
- Energy is still perceived as a general quantity and retains its old units depending on the context (kilogram meter, calorie, etc.). All these archaic units will persist in the teaching of mechanics until the 1960s, forcing students to make painful conversions.



The Steam King whispers to the Coal King about the Electric Baby: "How big will it grow?"

An 1881 cartoon from the British satirical weekly "PUNCH" illustrating the concern of mechanics over the rise of electricians.

6.4. Year 1893

In 1893, the World's Fair took place in Chicago.

Chicago World's Exposition in 1893
(27 million visitors)

The first "Ferris wheel"



The International Electricity Congress meets again and decides:

- The henry is the unit of self-inductance giving a current variation of one ampere per second when a voltage of one Volt is applied to its terminals.
- - Units will no longer be defined by their theoretical values but by standards.

This last choice is unfortunately a big mistake because the standards will differ from one country to another and we will have to return to theoretical definitions later.

6.5. A happy chance in the choice of volt and ohm

We have seen that these two choices were initially guided by technological considerations. However, they would turn out to be the result of a happy coincidence during the transition to the MKS system. Indeed, the ampere being defined in 1881 by one volt over one ohm, it is worth:

$$10^{-1}\mathrm{g}^{1/2}\mathrm{cm}^{1/2}\mathrm{s}^{-1}$$

Thus the joule defined in 1889 by a volt-coulomb, that is to say a volt-ampere-second, gives:

$$1\ \mathrm{J} = 10^{8}\ \mathrm{g}^{1/2}.\mathrm{cm}^{3/2}.\mathrm{s}^{-2}\ .\ 10^{-1}\ \mathrm{g}^{1/2}\mathrm{cm}^{1/2}\mathrm{s}^{-1}\ .\ 1\ \mathrm{s} = 10^{7}\ \mathrm{g.cm}^{2}.\mathrm{s}^{-2} = 1\ \mathrm{kg.m.s}^{-2}.1\ \mathrm{m}$$

This corresponds to the work of a force of one newton (called MKS unit of force until 1960) on one meter. This perfect correspondence will facilitate the adoption in 1946 of the MKSA system proposed by Giovanni Giorgi in 1901. Indeed, this equality, without power of ten, between the mechanical $\mathrm{kg.m}^{2}.\mathrm{s}^{-2}$ and the joule, initially an electrical unit of energy, encouraged mechanics to adopt the joule and therefore the watt to the detriment of their archaic units (kilogram force, horsepower, etc.). The joule, although initially defined by electricity, was even defined by mechanics with this definition. The joule and the watt (which corresponds to the former to the nearest time), are the only units common to both fields. Other combinations of voltage units u_V and resistance u_R could have resulted in equal power:

$$1u_V.1u_I = 1\ \mathrm{kg.m}^{2}.\mathrm{s}^{-3} = 1\ \mathrm{W}$$

Any combination giving the following CGS EMU units ratio could have been suitable:

$$\frac{(1u_V)^2}{(1u_R)} = 10^{7}\ \mathrm{g.cm}^{2}.\mathrm{s}^{-3}$$

With u_V and u_R possible units of voltage and resistance expressed as powers of 10 of the CGS EMU units

But even if we remain within orders of magnitude close to technological needs, many combinations miss out on this 10^7. It is therefore notable that it is due to a degree of luck that we do not have powers of ten between the mechanical unit ($\mathrm{kg.m}^{2}.\mathrm{s}^{-3}$) and the volt-ampere. Through the Daniell battery and the Siemens standard, technology influenced this choice, which proved useful for harmonization with mechanics.

7. GIOVANNI GIORGI, FATHER OF THE MKSA MEASURING SYSTEM

7.1. Criticisms of the CGS system

1. The cm and the gram are submultiples of the defined units.

2. Although all the electrical units of the CGS-EMU system originally came from the measurement of the Ampere force and therefore from the unit of intensity, this is no longer the case since, on the contrary, the ampere is now defined from the volt and the ohm, themselves obtained by calibration. On the other hand, the standards vary from one country to another.

3. We always have a second system for electrostatic measurements (the CGS-ESU system) and the two systems give different values and units, the measurements of the charges are in a speed ratio and this speed is that of light.

7.2. Year 1901

The physicist Giovanni GIORGI wanted to eliminate all these drawbacks:

1. Return to a direct theoretical definition of mechanical and electrical quantities.

2. Unify the two measurement systems (electromagnetic and electrostatic) by introducing constants taking into account the speed-to-light ratio of the charges.

It was to the Italian Electrotechnical Association that Giovanni GIORGI presented his new system in 1901.



Giovanni GIORGI

Born in 1871
Died in 1950

He therefore proposes a new system of units based on the meter instead of the cm and the kilogram instead of the gram (these two units being defined directly) as well as the second and he suggests using the ampere as the new fundamental unit of electricity, the latter being defined by its theoretical value derived from Ampere's force.

GIORGI does not want to abolish the electrical units already in use. However, the ampere has been defined as one volt over one ohm, or $0,1$ g$^{1/2}$.cm$^{1/2}$.s^{-1} in the CGS EMU system and thus corresponds to an Ampere force of $0,02$ g.cm.s^2 according to the initial expression without a constant of the latter, or 2 10^{-7}kg.m.s^{-2}.

So this will be its definition in this MKS new system:

"The ampere is that constant current which, if maintained in two straight parallel conductors of infinite length, of negligible circular cross-section, and placed 1 metre apart in vacuum, would produce between these conductors a force equal to 2x10^{-7} kg.m.s^{-2} ***per metre of length. "*** (The Newton unit does not yet exist).

Note: The definition of the ampere was modified in the SI in 2019.

It is therefore necessary to review the expression of AMPÈRE's force and adapt it to this unit with a constant, K_A :

$$\frac{F_A}{L} = 2.K_A.\frac{I.\,I\prime}{r} \quad \text{with} \quad K_A = 10^{-7}\ \text{kg.m.s}^{-2}.\text{A}^{-2}$$

On the other hand, to unify the two measurement systems, it is necessary to adapt COULOMB's electrostatic law to the unit that bears his name. But since the coulomb comes from the electromagnetic system, it is necessary to add a constant K_C linking the two systems:

$$F_C = K_C.\frac{Q.Q\prime}{r^2}$$

Determination of K_C :

By the product Q.Q', there are coulombs squared, as in the force of AMPERE since one ampere is equal to one coulomb per second. Thus the ratio of the constants must respect the ratio of the charges (of the EMU and ESU systems) squared, this ratio being equal to the speed of light c:

$$\frac{K_C}{K_A} = \left(\frac{Q_{UES}}{Q_{UEM}}\right)^2 = c^2 \quad \Rightarrow \quad K_C = K_A.c^2$$

The idea of this new system is beginning to spread.

7.3. Rationalization

Oliver HEAVISIDE, who reduced MAXWELL's equations to four, then suggested to Giovanni GIORGI to use, in the expressions of the AMPÈRE and COULOMB forces, the terms μ_0 and ε_0, which he called "magnetic permeability and dielectric permittivity of the vacuum" (he invented the second term) and to rationalize the system by using a 4π factor. That's to say :

$$K_C = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \qquad K_A = \frac{\mu_0}{4\pi} \qquad \text{and so} \quad \frac{K_C}{K_A} = \frac{1}{\mu_0\varepsilon_0} = c^2$$

Thanks to which:

1) 1) The formulation of the COULOMB force expresses that the influence of a charge Q on a charge Q', distant from r, is distributed over the surface of the sphere of radius r:

$$\vec{F} = \frac{1}{\varepsilon_0}.\frac{Q}{4\pi r^2}.Q'.\frac{\vec{r}}{r}$$

2) 2) The same applies to the magnetic field induced by a charge Q moving at speed $\vec{v}$ with the BIOT and SAVART law:

$$\vec{B} = \mu_0.\frac{Q}{4\pi r^2}.\vec{v} \wedge \frac{\vec{r}}{r}$$

3) 3) The factor 4π which appeared at the time in MAXWELL's equations disappears and only appears in electrical formulas where it has the meaning of a solid angle.

As a result of these choices:

$$\mu_0 = 4\pi.10^{-7}\ \text{kg.m.A}^{-2}.\text{s}^{-2} \quad \text{et} \quad \varepsilon_0 = \frac{1}{\mu_0 c^2} = 8,854\ 187\ 82\ .\ 10^{-12}\text{F.m}^{-1}$$

At this stage the MKSA system has still not been adopted but the idea of this new rationalized system is slowly gaining ground.

Anecdote : Heaviside railed against the 4π factor that appeared in Maxwell's equations: he considered it "particularly obnoxious and misleading" and called it "the excrescence", adding: *« Privately I use units which get rid of them completely, and then, for publication, liberally season with 4π's to suit the taste of B.A.* unit-fed readers.»* (*British Association). Extraits de : Electrical papers. V.1, 1892 : Macmillan and Co.

8. THE MKSA SYSTEM THEN SI

8.1. The MKSA system

In 1946, almost half a century after its initial proposal, at the 9th General Conference on Weights and Measures, GIORGI's MKS system with its definitions of electrical units was finally adopted as the international system of units (resolution 2).

The ampere with its theoretical definition (GIORGI 1901) is therefore added as a fundamental unit to this new system which thus becomes the MKSA system.

The unit of force (future newton) defined at 1 kg.m.s^{-2}, remains a derived mechanical unit without a name, called the MKS unit of force. The units of power and energy derived from electricity, the watt and the joule, now apply to mechanics and the joule is even defined by it, it therefore receives a definition that is no longer electrical: it corresponds to the work of the unit of force on one meter.

$$W = F.L \qquad 1\ J = 1\ \text{Kg.m.s}^{-2}\ .\ 1\ \text{m}$$

A power of one watt always corresponds to the work of one joule produced in one second.

$$P = \frac{W}{t} \qquad 1\ \text{W} = \frac{1\ \text{J}}{1\ \text{s}}$$

The volt is defined as the direct voltage which under one ampere gives one watt.

$$U = \frac{P}{I} \qquad 1\ \text{V} = \frac{1\ \text{W}}{1\ \text{A}}$$

The weber is defined as the magnetic flux in the circuit of a single turn (n=1), which produces an electromotive force of one volt during a uniform decay of one second.

$$e = -n.\frac{d\phi}{dt} \qquad 1\ \text{V} = -1.\frac{-1\text{Wb}}{1\ \text{s}} \qquad \Rightarrow \qquad 1\ \text{Wb} = 1\ \text{V.s}$$

8.2. The SI system

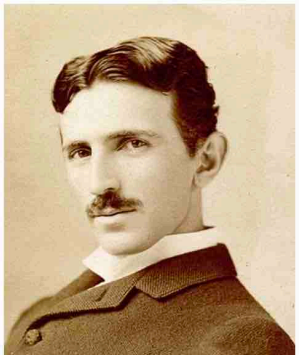
In 1954, the thermodynamic temperature unit (whose name kelvin was not actually given until 1967) and the candela were added as fundamental units.

In 1956, the MKSA system, after the addition of the kelvin and the candela as fundamental units in 1954, took the name ”International System of Units”.

In 1960, the MKSA unit of magnetic induction field (one weber/m2) was named tesla.

$$\phi = B.S \qquad 1\text{Wb} = 1\text{T}.\,1\text{m}^2 \qquad 1\text{T} = 1\,\frac{\text{Wb}}{\text{m}^2}$$

Nikola Tesla is an engineer and inventor who demonstrated the advantages of alternating current in the production, transmission, and distribution of electrical energy. We owe him our current system. He is also one of the inventors of the asynchronous motor, an electric motor suitable for over 80% of applications. He has approximately 300 patents to his name.



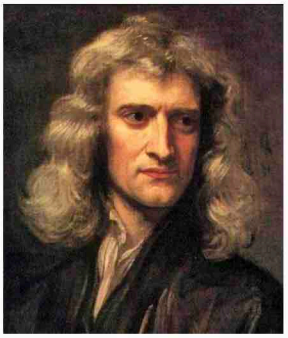
Nikola TESLA

Born in 1856
Died in 1943

At this same conference, the MKS unit of force finally takes that of newton: $1\text{ N} = 1\text{ kg.m.s}^{-2}$



Isaac Newton, became the character of a recurring comic strip gag under the pencil of the cartoonist Marcel Gotlib



Isaac NEWTON

Born in 1642
Died in 1726

Isaac Newton is among the last whose name is taken as a unit, yet he was one of the first great scientists and he inspired all the others.

In 1971, the mole was added as a fundamental unit.

In 2018, the seven base SI units received new, extremely precise definitions that moved them away from their original definition, with the ampere now defined by its actual meaning of electron flow.

Important note: In 2018, the ampere lost its definition based on Ampere’s force, but the electrical equations, adjusted by constants (permeability and permittivity) to the values expressed by this unit, remain. We must therefore never lose sight of the fact that the values of these constants are due to the choices made in the past to define this unit. If the choice of the unit of electric current had been different, we would still have:

$$\frac{1}{\mu_0 \varepsilon_0} = c^2$$

But it would be the values of $\mu_0$and ε_0 that would be different. This relationship is the consequence of the initial incompatibility between the EMU and ESU systems, noted by Weber and Kohlrausch in 1856 and the standardization of the laws during the transition to MKSA.

REFERENCES

[1] Borvon, G., *Histoire de l'electricite, de l'ambre a l'electron*. Paris: Vuibert, 2009.

[2] Blondel, C. and G. Borvon, "Les unites electriques et leur unification," Histoire de l'électricité et du magnetisme, 2008, https://ampere-archives.fr/histoire-electricite/parcours-historique/unites-electriques/unification.

[3] Blavier, E. E., *Des grandeurs electriques et de leur mesure en unites absolues*. Paris: Dunod, 1881.

[4] Blondel, C. and G. Borvon, "Le coulomb, l'ampere, le volt, le watt, l'ohm," Histoire de l'électricité et du magnetisme, 2008, https://ampere-archives.fr/histoire-electricite/parcours-historique/unites-electriques/histoire.

[5] Heaviside, O., *Electrical papers VOL.I*. London: Macmillan and co, 1892.

[6] Fleury, P., "Coordination des unites mecaniques et electriques en un systeme pratique international : formules classiques ou rationalisees," *Journal de Physique et le Radium*, Vol. 9, 1948, https://hal.science/jpa-00234082/document.

[7] Darrigol, O., *Les equations de Maxwell de MacCullagh a Lorentz*. Paris: Belin, 2005.

[8] Maxwell, J. C., *Traite d'electricite et de magnetisme. tomes I et II (traduction de la 2eme edition anglaise par G. Seligmann-Lui)*. Paris: Gauthier-Villars, 1885.

[9] Bruhat, G., *Electricite, Cours de Physique Generale, 8eme edition revue par Georges GOUDET*. Paris: Masson & Cie, 1963.

LA PHYSIQUE REVISITÉE

